

DINÁMICA DE LA FRECUENCIA DE IMPAGO DE LOS CRÉDITOS DE CONSUMO EN CUOTAS*

*Rodrigo Alfaro, David Pacheco
y Andrés Sagner***

RESUMEN

En este artículo consideramos una extensión del modelo de Vasicek (1991) para los nuevos créditos de consumo en cuotas otorgados por el sistema bancario chileno. Según el supuesto de que la economía experimentó un ciclo económico completo durante 2003-2009, podemos calcular que la llamada probabilidad de impago en el largo plazo (PILP) es de 14.4%, si se considera el número de créditos en moratoria, o de 12.9% si se pondera la frecuencia de impago por el monto del crédito. Nuestro modelo permite un umbral de incumplimiento variable en el tiempo, que es función tanto de factores macroeconómicos como de características de los deudores. Además, los ejercicios contrafactuales indican que los estándares de las solicitudes de crédito se relajaron durante el periodo 2006-2007, lo cual implica un aumento en la tasa de impago.

* *Palabras clave:* modelo de Vasicek, probabilidad de impago, riesgo crediticio. *Clasificación JEL:* G14, G21. Artículo recibido el 27 de diciembre de 2011 y aceptado el 11 de abril de 2013 [traducción del inglés de Karina Azunza y Beatriz Meza, Peritos Traductores]. Agradecemos los comentarios y sugerencias de Roberto Álvarez, Daniel Calvo, Rodrigo Cifuentes, Kevin Cowan, José Miguel Cruz, Sergio Huerta, Patricio Jaramillo, Felipe Martínez, Jorge Niño, Luis Opazo, Alejandro Pena, Pablo Pincheira, Yin Yu, los asistentes a la Conferencia Internacional sobre Análisis Crediticio y Administración de Riesgos en la Universidad de Oakland, los asistentes al Taller de Políticas Macropрудenciales realizado en el Banco Central de Chile, los asistentes al seminario realizado en la División de Política Financiera del Banco Central de Chile y a dos dictaminadores anónimos de EL TRIMESTRE ECONÓMICO. Las opiniones expresadas en este artículo no forzosamente reflejan las del Banco Central de Chile ni las de la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile.

** R. Alfaro, Banco Central de Chile (correo electrónico: ralfaro@bcentral.cl). D. Pacheco, superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile (correo electrónico: dpacheco@sbif.cl). A. Sagner, Boston University (correo electrónico: asagner@bu.edu).

ABSTRACT

In this paper we consider an extension of Vasicek's (1991) model for new consumer fixed-payment credits in the Chilean banking system. Under the assumption that the economy experienced a complete business cycle during 2003-09, we are able to compute the so-called Long-Run Probability of Default (LRPD) which is 14.4% if we consider the number of defaulted credits or 12.9% if we weight default frequencies by loan size. In the model we allow a time-variant threshold which is a function of both macroeconomic factors and average-characteristics of incoming debtors. Also, counterfactual exercises indicate that credit standards for loan applications were relaxed during 2006-07, implying an increment on defaults.

INTRODUCCIÓN

El riesgo crediticio es el más importante para las instituciones bancarias (Crouchy *et al*, 2005; Drehmann, 2009). Por consiguiente, tanto académicos como analistas del sector han desarrollado varios modelos estadísticos para cuantificarlo. Uno de los precursores en este rubro es Altman (1968), quien desarrolló modelos de calificación crediticia (*scoring*) para determinar el riesgo de una persona por medio de sus características y la asunción de errores logísticos. Algunos trabajos más recientes de este tipo de análisis son los de Greene (1992), Hand y Henley (1997), Gordy (2000), Jacobson y Roszbach (2003) y Roszbach (2004). Desde otro punto de vista, Merton (1974) propone un modelo para bonos corporativos en el cual la probabilidad de impago de una empresa se relaciona estrechamente con una estadística suficiente llamada Distancia al impago, que es la diferencia estandarizada entre activos y deuda, ambos a valor de mercado. Este modelo ha sido ajustado a datos empíricos por Moody's KMV, quienes actualmente ofrecen la medida de riesgo llamada Frecuencia esperada de impago (FEI), la cual se construye con información de la balanza general y la volatilidad del precio de las acciones. Andrade y Thomas (2007) adaptan este modelo para el crédito de consumo al utilizar la solvencia en lugar del valor de los activos. En la aplicación empírica, que corresponde a datos de Brasil, se utiliza la calificación crediticia como sustituto de la solvencia. Por último, el trabajo desarrollado por CreditMetrics y CreditRisk+ corresponde a una tercera manera de ver el problema, en el que el impago se relaciona con factores sistémicos, tales como las variables macroeconómicas.

Uno de los enfoques propuestos en Basilea II (BIS, 2006a)¹ considera el uso de modelos internos para determinar la distribución de pérdidas de una cartera crediticia. El modelo central de dicho enfoque se basa en Vasicek (1991), que considera que el valor de los activos de una empresa determinada puede descomponerse en dos factores: sistémico e idiosincrásico. Al igual que en Merton (1974), consideramos que una empresa se encuentra en situación de impago si el valor de sus activos está por debajo de un cierto umbral.

La utilización del modelo de Vasicek (1991) requiere una cartera crediticia homogénea y granular, es decir, que los créditos tengan características similares y que ninguno de ellos sea relativamente importante. Para cumplir con dichas restricciones, consideraremos el sistema bancario como un todo al realizar el análisis de cartera. Además, ampliamos el modelo original al permitir un umbral variable en el tiempo, que es función tanto de las variables del ciclo económico como de las características propias de los deudores.

Nuestros resultados empíricos coinciden con lo esperado y los ejercicios contrafactuales muestran un relajamiento de los estándares crediticios de las solicitudes de crédito durante los años previos a la crisis (2006-2007). Por otra parte, los parámetros del modelo tradicional de Vasicek (1991) pueden obtenerse en el supuesto de que la economía experimentó un ciclo económico completo durante el periodo de 2003-2009, con lo cual se concluye que la probabilidad de incumplimiento en el largo plazo (PILP) es de 14.4%, medida a partir del número de créditos, o de 12.9% cuando se pondera por el monto del crédito. Observamos que estas estimaciones coinciden con el estudio QIS 5 (BIS, 2006b).²

I. EL MODELO DE VASICEK

Consideramos el modelo de Vasicek (1991), en el cual una empresa se encuentra en situación de impago cuando el valor de sus activos está por debajo de un cierto umbral. En términos teóricos, el modelo supone la existencia de una variable latente que representa el valor de los activos de la empresa, la cual puede descomponerse en dos factores: sistémico e idiosincrásico,

¹ El Comité de Basilea ha propuesto mejoras y modificaciones al Acuerdo de Basilea II, a las cuales se les ha denominado Basilea III. Sin embargo, estas mejoras y modificaciones no afectan el enfoque tradicional ni los modelos internos (IRB) de la cartera de créditos de consumo.

² Los valores son comparables a los de países no miembros del G-10 y bancos de tamaño similar a los del mercado local.

ambos no observados. En el caso de los créditos al consumo, el modelo debe entenderse como la relación entre el ingreso mensual y el servicio de la deuda. Por ejemplo, si una persona se enfrenta a la reducción del poder adquisitivo de su ingreso debido al aumento de los precios, lo que hará es: *i*) ajustar su consumo y pagar sus compromisos financieros; *ii*) incumplir el pago de algunas deudas, o *iii*) ambos.

En el modelo tradicional, el coeficiente de efecto del factor sistémico está relacionado con la correlación entre estos activos. Este parámetro y la probabilidad de impago en el largo plazo son los elementos clave del modelo y su calibración es de particular importancia para determinar los requerimientos de capital de conformidad con Basilea II. Debemos considerar que es necesario contar con una serie de tiempo de los datos de impago de la cartera crediticia que cubra un ciclo económico completo para obtener estimaciones robustas de dichos parámetros.

Dado que es difícil encontrar bases de datos de series de tiempo extensas para varios países, Basilea II sugiere valores específicos para calibrar el modelo para diferentes tipos de productos. Botha y Van Vuuren (2009) evalúan estos valores para los Estados Unidos y encuentran que, para todos los tipos de productos, Basilea II ofrece ponderaciones mayores que las obtenidas empíricamente. Si bien esto explica la naturaleza conservadora de Basilea II, hay que interpretar los resultados con cautela, ya que su relevancia radica en la incorporación de un ciclo económico completo en el análisis. De hecho, Gordy y Heitfield (2002) utilizan información pública de dos de los principales organismos calificadoros y encuentran evidencia de un sesgo hacia el 0 para el parámetro de la correlación de activos al emplear técnicas estándar de estimación en muestras pequeñas.

1. Probabilidad condicional

En el marco de trabajo desarrollado por Vasicek (1991), una variable latente se define como una combinación lineal entre un factor sistémico y un factor idiosincrásico. Las ponderaciones se ajustan de tal manera que la variable latente tiene varianza unitaria.

$$R_{it} = \beta\lambda_t + \sqrt{1 - \beta^2}e_i \quad (1)$$

en la que R_{it} es la variable latente para el crédito i en el periodo t , λ_t denota

el factor agregado, y e_i representa el factor idiosincrásico, y todos ellos tienen media 0 y varianzas unitarias. Asimismo, suponemos que los factores son independientes entre sí.

Con esta configuración, la correlación de los activos está dada por $\rho = E[R_{it}R_{jt}] = \beta^2$. Al igual que en Merton (1974), consideramos que el impago del crédito i ocurre cuando R_{it} está por debajo de un determinado umbral μ_t . En consecuencia, la probabilidad de impago en el largo plazo se define como $PILP = \Pr[R_{it} < \mu]$, en la que μ representa el valor de largo plazo del umbral variable en el tiempo.

2. Modelo unifactorial general

Consideramos θ_t como la probabilidad de impago, la cual se define como la tasa de créditos en incumplimiento (m_t) respecto al total de créditos (n_t), durante un periodo dado t , es decir $\theta_t \equiv m_t/n_t$. Asimismo, consideramos $F(\cdot)$ y $G(\cdot)$ como las funciones de distribución acumulativa de los factores sistémico e idiosincrásico, respectivamente. De este modo, definimos $H(\cdot)$ como la función de distribución acumulativa de la variable latente, la cual puede obtenerse mediante la convolución de F y G :

$$H(\theta_t) \equiv \Pr[\Theta \leq \theta_t] = F\left(\frac{\sqrt{1-\beta^2}G^{-1}(\theta_t) - \mu_t}{\beta}\right) \tag{2}$$

Observamos que, si F y G son normal estándar, entonces H es normal estándar, que es el caso que propone Vasicek (1991).³ Por tanto, la función de densidad $h(\cdot)$ asociada con la probabilidad de impago θ_t es:

$$\begin{aligned} h(\theta_t) &= f\left(\frac{\sqrt{1-\beta^2}G^{-1}(\theta_t) - \mu_t}{\beta}\right) \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \frac{dG^{-1}(\theta_t)}{d\theta_t} \\ &= f\left(\frac{y_t - x_t'\alpha}{\sigma}\right) \frac{1}{\sigma} \frac{dy_t}{d\theta_t} \end{aligned} \tag{3}$$

en la que $f(\cdot)$ es la función de densidad del factor agregado y se incluyen las siguientes definiciones:

³ Véase en el apéndice los pormenores de la derivación del modelo.

$$y_t \equiv G^{-1}(\theta_t), \sigma = \beta/\sqrt{1-\beta^2} \text{ y } \mu_t/\sqrt{1-\beta^2} = x_t\alpha$$

La última definición sugiere que el umbral es una función de variables exógenas (x_t), que corresponden tanto a variables macroeconómicas como a características de la cohorte.

Con estas definiciones la función log-verosimilitud l está dada por:⁴

$$l = -T \ln(\sigma) + \sum_{t=1}^T \ln \left[f \left(\frac{y_t - x_t' \alpha}{\sigma} \right) \right] \quad (4)$$

Observamos que cuando el factor sistémico se distribuye normalmente α se puede estimar por MCO. Aun así, tenemos la posibilidad de acomodar cualquier función de distribución para el factor idiosincrásico. En este artículo consideramos la normal estándar ($\Phi(\cdot)$) en apego a la bibliografía tradicional; sin embargo, los resultados no presentados ofrecen consecuencias similares cuando en su lugar se emplea la distribución logística. De esta manera, una estimación de σ ofrece un estimado de la correlación de los activos como $\rho = \sigma^2/(1 + \sigma^2)$ para este caso.

II. APLICACIONES EMPÍRICAS

La estimación del vector de parámetros α requiere una serie de tiempo de datos de impago de la cartera crediticia. Esta información se obtuvo de la superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras (SBIF), tanto para el número como para el monto de los nuevos créditos en moratoria. Cabe destacar que el modelo de Vasicek (1991) se basa en la primera variable (frecuencia de impago), pero también consideramos una segunda definición (frecuencia de impago ponderada) como prueba de robustez.

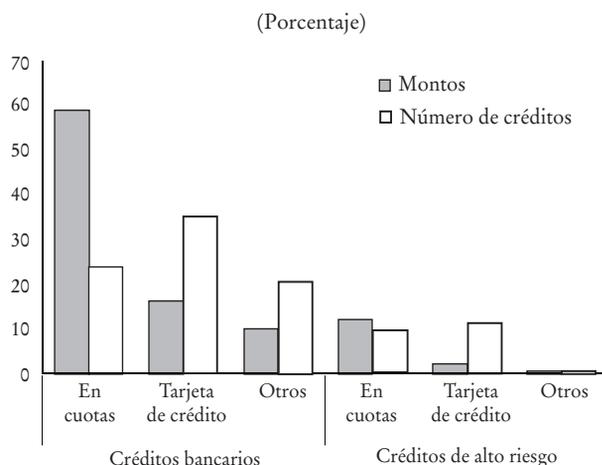
1. Descripción de los datos

Contamos con datos mensuales de enero de 2003 a junio de 2010 para cada nueva operación de crédito presentado en el sistema bancario chileno:⁵ *i*) el

⁴ La última expresión en la ecuación (3) —que corresponde al jacobiano— no contiene ningún parámetro de interés, y por tanto podría omitirse en la función log-verosimilitud.

⁵ De acuerdo con la legislación chilena actual, todos los bancos comerciales deben presentar esta información a la SBIF mensualmente.

GRÁFICA 1. *Participación de mercado del crédito al consumo por tipo (diciembre de 2010)*



FUENTE: Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras.

número de identificación único nacional del deudor; *ii*) el tipo de crédito al consumo (en cuotas, tarjeta de crédito, crédito a estudiantes con recursos fiscales, u otros créditos); *iii*) una variable ficticia (*dummy*) que identifica si el crédito es un préstamo de alto riesgo (*subprime*); *iv*) el monto del crédito, y *v*) el vencimiento del crédito. Concentramos nuestros esfuerzos en el tipo principal de créditos al consumo, en concreto, los créditos en cuotas. De acuerdo con los informes de la SBIF, este tipo de préstamos representó casi 71% del monto total de los créditos otorgados a fines de 2010 (gráfica 1).

Definimos los préstamos de alto riesgo como aquellos créditos otorgados por la división del banco especializada en prestatarios de bajos recursos, conocida como División de consumo. De hecho, desde el punto de vista del consumidor, una División de consumo de un banco en particular es en realidad otro banco, porque tiene un nombre distinto y una estructura administrativa completamente diferente. Sin embargo, desde el punto de vista del regulador, una División de consumo es parte de un banco. Al momento de escribir este artículo, existían cinco Divisiones de consumo asociadas con bancos locales (entre paréntesis): Banefe (Santander), BCI-Nova (BCI), Banco Condell (Corpbanca), CrediChile (Banco de Chile) y Banco del Desarrollo (Scotiabank).

A partir de las estadísticas descriptivas de nuestros datos (cuadro 1),

CUADRO 1. *Estadísticas descriptivas de la cartera*

	<i>Créditos de bajo riesgo</i>	<i>Créditos de alto riesgo</i>	<i>Proporción de créditos de alto riesgo (porcentaje)</i>	<i>Vencimiento promedio (meses)</i>	<i>Monto promedio (millones de dólares)</i>	<i>Exposición promedio (porcentaje)^a</i>
Media	48 003	32 214	39.93	32.9	2.09	0.0008
Desviación estándar	11 222	10 029	8.27	4.3	0.47	0.0001
P10	36 721	21 070	31.16	29.5	1.37	0.0006
P25	40 328	23 172	35.83	32.0	1.94	0.0007
P50	46 231	31 732	40.07	34.2	2.26	0.0007
P75	52 525	40 163	44.87	35.3	2.33	0.0008
P90	61 776	43 865	48.08	36.2	2.45	0.0009

^a Exposición a una contraparte de la cartera en general.

observamos que la cartera de nuevos créditos al consumo en cuotas tiene, en promedio, cerca de 32 200 préstamos de alto riesgo, lo cual representa cerca de 40% del total de los créditos otorgados durante el periodo analizado. Asimismo, hay dos aspectos que confirman la homogeneidad y granularidad de esta cartera: *i*) la alta concentración en torno al vencimiento promedio y el monto promedio de los créditos, y *ii*) la exposición a una contraparte de la cartera total es, en promedio, de alrededor de 0.0008%, lo cual está muy por debajo del límite del 0.2% propuesto en Basilea II para este tipo de carteras crediticias (BIS, 2006a).

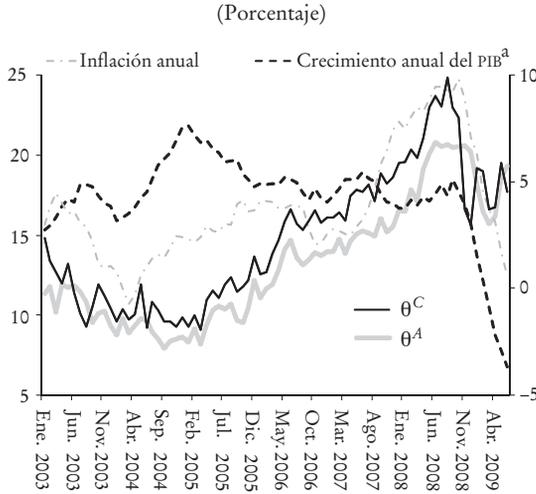
De esta manera, la frecuencia de impago (θ_t) de los nuevos créditos al consumo otorgados en un mes determinado en el sistema bancario se define como la proporción entre el número de créditos en moratoria (créditos en incumplimiento)⁶ registrados en los 12 meses siguientes respecto al número de los créditos totales otorgados en ese mes en particular. Esta definición coincide con el estándar internacional propuesto por Basilea II, (BIS, 2006a) que considera la probabilidad de impago en un plazo de un año. Asimismo, esta medida de impago está consolidada a nivel de sistema, de manera que es más alta que la que puede obtener un banco en particular del sistema.

La evolución de la frecuencia de impago durante el periodo enero de 2003-junio de 2009, construida a partir del número de créditos otorgados (θ_t^C) y del monto de los créditos ponderados (θ_t^A), muestra un comportamiento similar durante el periodo (gráfica 2). En particular, observamos una tendencia en la variable durante 2003-2009.

A partir de las estadísticas descriptivas de la serie (cuadro 2), observamos

⁶ Nótese que un crédito se considera en incumplimiento a los 90 días de estar en moratoria.

GRÁFICA 2. *Frecuencia de impago de cohortes y variables macroeconómica*



FUENTE: Cálculos de los autores basados en información proporcionada por la SBIF.

^a Media móvil a 6 meses de la variación anual.

CUADRO 2. *Estadísticas descriptivas de la frecuencia de impago*

	θ^C	θ^A
Media	0.148	0.133
Desviación estándar	0.042	0.038
P10	0.096	0.087
P25	0.111	0.098
P50	0.147	0.125
P75	0.177	0.157
P90	0.204	0.201

que ambas distribuciones son bastante similares, lo que sugiere homogeneidad y granularidad de los nuevos créditos al consumo en cuotas a nivel del sistema bancario.

2. Modelo

Nuestras estimaciones se basan en el siguiente modelo de regresión lineal:

$$y_t = \alpha_0 + x'_{1t}\alpha_1 + x'_{2t}\alpha_2 + \varepsilon_t \tag{5}$$

en el que $y_t \equiv G^{-1}(\theta_t) = \Phi^{-1}(\theta_t)$ y $\Phi^{-1}(\cdot)$ es la normal estándar inversa; x_{1t}

representa un vector que contiene variables macroeconómicas; x_{2t} denota un vector que contiene características de la cohorte, y ε_t significa un término de error. Consideramos otras dos versiones para la variable dependiente y_t , derivadas de dos medidas de la frecuencia de impago (θ_t^C y θ_t^A).

Las variables incluidas en el vector x_{1t} son: *i*) el crecimiento anual del PIB (g), que se espera que sea negativo en relación con y_t debido a que un crecimiento económico positivo mejoraría la capacidad de pago de los deudores y, por tanto, la probabilidad de impago disminuiría, y *ii*) la tasa de inflación anual (π), para la que se espera una relación positiva debido a que un aumento en esta variable se traduciría —por medio del impuesto inflacionario— en una disminución del ingreso, lo cual deterioraría la capacidad de pago de los deudores.⁷

Por su parte, las variables incluidas en el vector x_{2t} son: *i*) el porcentaje de los créditos de alto riesgo (sp) otorgados por las Divisiones de consumo; *ii*) el vencimiento promedio de los créditos (\bar{m}), y *iii*) el monto promedio de los créditos (\bar{a}). Estos se calculan para los nuevos créditos de consumo de un mes determinado.

3. Resultados

Nuestros resultados indican que la PILP estimada es de cerca de 14.4% si se considera el número de créditos en moratoria, y de alrededor de 12.9% cuando se considera el tamaño ponderado del monto de los créditos (cuadro 3). Estos resultados coinciden con el 12% que registró el estudio QIS 5 (BIS, 2006b) para países en condiciones económicas similares. Estrictamente hablando, no existe una figura comparable, ya que el QIS 5 presenta valores promedio para un grupo de bancos y países. Sin embargo, los analistas del sector reconocen que el 12% parece ser un valor razonable para la frecuencia de impago de este tipo de créditos.

La correlación de los activos es proporcional a la varianza del factor sistémico, por tanto, nuestras estimaciones se basan en la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RECM). Nótese que la magnitud depende de la adecuación general del modelo. En el caso del modelo de Vasicek sin variables exógenas (especificación 1 del cuadro 3), tenemos $\hat{\rho} = 0.181^2 / (1 + 0.181^2) = 0.03$,

⁷ Si bien la bibliografía sugiere que la tasa de desempleo es un determinante importante de la probabilidad de impago, las estimaciones no presentadas aquí revelan un efecto no significativo de esta variable.

CUADRO 3. *Resultados del modelo de Vasicek y frecuencia de impago*^a

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
g		-1.7884 (0.4392)	-1.6864 (0.3361)		-2.3988 (0.4475)	-1.7576 (0.3793)
π		5.1074 (0.4255)	4.5300 (0.3619)		4.9105 (0.3596)	4.6134 (0.3343)
sp			00.6758 (0.1232)			0.2451 (0.1176)
$\ln(\bar{m})$			-0.3390 (0.1589)			-0.5315 (0.1610)
$\ln(\bar{a})$			0.3410 (0.0866)			0.3659 (0.0907)
Const.	-1.0632 (0.0205)	-1.1871 (0.0282)	-2.8521 (0.3285)	-1.1312 (0.0200)	-1.2225 (0.0312)	-2.2678 (0.2388)
PILP	0.1439 (0.0046)	0.1439 (0.0028)	0.1439 (0.0022)	0.1290 (0.0042)	0.1290 (0.0022)	0.1290 (0.0020)
RECM	0.181	0.108	0.085	0.176	0.093	0.083
AIC	-44.19	-123.20	-158.11	-48.46	-146.42	-161.45
BIC	-41.83	-116.13	-143.97	-46.10	-139.35	-147.31

^a Errores estándar robustos entre paréntesis. Las especificaciones 1 a 3 tienen $\Phi^{-1}(\theta^C)$ como variable dependiente, mientras que las especificaciones 4 a 6 tienen $\Phi^{-1}(\theta^A)$ como variable dependiente.

cifra que coincide con Basilea II. Al añadir la inflación y el crecimiento del PIB se reduce esa estimación a 1% y se reduce aún más cuando se incluyen las características de la cohorte.

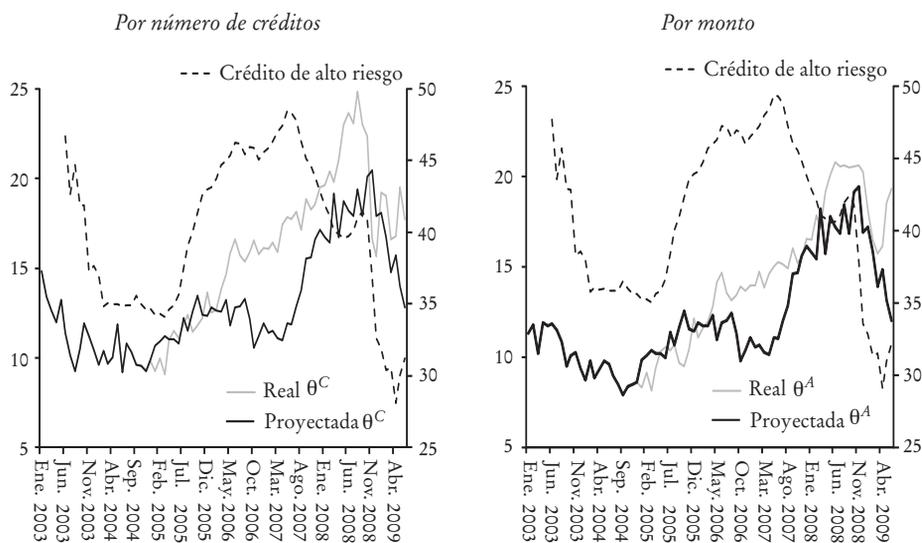
4. *Análisis contrafactual*

La dinámica de las variables de la cohorte está directamente relacionada con cambios en los estándares crediticios de los bancos. Por ejemplo, el porcentaje de créditos de alto riesgo aumenta la probabilidad de impago (véase el cuadro 3) y tiene una correlación positiva de 28% con el crecimiento anual del PIB de acuerdo con nuestros datos. Esto indica que la oferta de créditos de alto riesgo tiende a ampliarse en épocas de auge.

Para establecer un efecto cuantitativo de los cambios en los estándares crediticios, proyectamos la frecuencia de impago para el periodo 2005-2009, considerando que las características de las cohortes están en su va-

GRÁFICA 3. Frecuencia de impago reales y proyectadas

(Porcentaje)



FUENTE: Cálculos del autor.

^a Media móvil a 6 meses de la variación anual.

lor promedio observado en 2003-2004. Es decir, generamos series para la frecuencia de impago suponiendo que no hay cambios en la calidad de las cohortes, de manera que su dinámica se explica únicamente por factores macroeconómicos. Por tanto, la diferencia entre estas series y las originales se atribuye a los cambios en los estándares crediticios. Nuestros resultados se muestran en la gráfica 3.

Es interesante observar que entre enero de 2005 y febrero de 2006 ambas líneas se mueven de manera similar sin mostrar cambios en los estándares crediticios de las cohortes durante dicho periodo. Sin embargo, a partir de marzo de 2006 aparece una brecha y llega a su punto máximo durante el segundo trimestre de 2007. Este sería un periodo de relajamiento en los estándares crediticios para las solicitudes de crédito. Un indicador crudo de esta hipótesis es el porcentaje de créditos de alto riesgo que también llegan a su punto máximo en ese periodo. Asimismo, ese periodo tiene un entorno macroeconómico favorable: una tasa de crecimiento promedio superior a 4.5% y tasas de desempleo cada vez menores de alrededor de 8.6 por ciento.

CONCLUSIONES

En este artículo estimamos una extensión del modelo de Vasicek (1991) para nuevos créditos al consumo en cuotas (cohorte) del sistema bancario chileno. El modelo se estima al permitir que el umbral sea contingente tanto para los factores macroeconómicos como para las características de los deudores (todos ellos son significativos y tienen también el signo esperado). De esta manera, el poder explicativo del factor sistémico no observado se obtiene como residual después de controlar por las variables exógenas, que se reduce de 3 a 1%. Asimismo, una variable clave es la inflación y observamos que su efecto no se basa en la indización, dado que dichos créditos están expresados en moneda local. Sin embargo, hay dos canales indirectos relacionados con el efecto de esta variable: *i*) una reducción en el salario real, y *ii*) un sustituto para la tasa de interés.

En términos de la probabilidad de incumplimiento en el largo plazo, nuestros resultados indican que es de alrededor de 14.4 o de 12.9% si la frecuencia de impago se mide por el número de créditos o al usar los montos de los créditos como ponderaciones, respectivamente. Es importante destacar que estas cifras: *i*) coinciden con Basilea II, y *ii*) se obtienen en el supuesto de que la economía experimentó un ciclo económico completo durante 2003-2009. Finalmente, nuestros ejercicios contrafactuales indican un relajamiento de los estándares crediticios para las solicitudes de crédito, lo cual se refleja también en la mayor proporción de créditos de alto riesgo otorgados en dicho periodo.

APÉNDICE

Antes de considerar la distribución de la cartera crediticia podríamos calcular la distribución condicional en el factor sistémico de la siguiente manera:

$$\Pr(R_{it} < \mu_t | \lambda_t) = \Pr(\beta \lambda_t + \sqrt{1 - \beta^2} e_i < \mu_t) = \Pr\left(e_i < \frac{\mu_t - \beta \lambda_t}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) = G\left(\frac{\mu_t - \beta \lambda_t}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) \equiv p_t \quad (A1)$$

Por tanto, definimos p_t como la probabilidad de impago condicional en el umbral variable en el tiempo μ_t . Para construir la distribución del crédito, suponemos una cartera homogénea de tamaño n , en la que cada préstamo tiene la misma probabilidad de impago. Dado esto, dejemos que X sea el número de créditos impa-

gados. Entonces, la probabilidad de tener k impagos se obtiene por la distribución binomial:

$$\Pr(X = k | \lambda_t) = \binom{n}{k} p_t^k (1 - p_t)^{n-k} \quad (\text{A2})$$

Para obtener la probabilidad incondicional integramos en el apoyo del factor sistémico λ_t , de la siguiente manera:

$$\Pr(X = k) = \int \Pr(X = k | \lambda_t) dF(\lambda_t) = \int \binom{n}{k} p_t^k (1 - p_t)^{n-k} dF(\lambda_t) \quad (\text{A3})$$

Para reducir la expresión anterior, consideramos el concepto de granularidad. Vasicek (1991) lo define como el tamaño de un crédito en particular que es relativamente pequeño en la cartera crediticia. Esto significa que, a medida que aumenta el tamaño de la cartera, la suma de los ponderados cuadrados tiende a 0. Si consideramos como los créditos impagados, podríamos definir $\theta_t \equiv m_t/n_t$ como la frecuencia de impago. Por tanto, si tomamos una cartera muy grande, tenemos por la Ley de los grandes números:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^m \binom{n}{k} p_t^k (1 - p_t)^{n-k} = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_t > p_t \\ 0 & \text{si } \theta_t < p_t \end{cases} \quad (\text{A4})$$

lo que significa que el límite de la suma no es 0 cuando $\theta_t > p_t$. Con base en la probabilidad condicional, esto sugiere que existe un límite inferior para el factor sistémico:

$$\theta_t > G \left(\frac{\mu_t - \beta \lambda_t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \text{ sugiere que } \lambda_t > \frac{\mu_t - \sqrt{1 - \beta^2} G^{-1}(\theta_t)}{\beta} \equiv \bar{\lambda} \quad (\text{A5})$$

Si usamos este resultado, calculamos la función de distribución acumulada para la frecuencia de impago de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Pr(\Theta \leq \theta) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^m \Pr(X = k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^m \int \binom{n}{k} p_t^k (1 - p_t)^{n-k} dF(\lambda_t) \\ &= \int \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^m \binom{n}{k} p_t^k (1 - p_t)^{n-k} dF(\lambda_t) = \int_{\bar{\lambda}}^{\infty} dF(\lambda_t) = 1 - F(\bar{\lambda}) \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

Si suponemos que la distribución del factor sistémico es simétrica alrededor de 0, entonces:

$$H(\theta) \equiv \Pr(\Theta \leq \theta) = F(-\bar{\lambda}) = F\left(\frac{\sqrt{1-\beta^2}G^{-1}(\theta_t) - \mu_t}{\beta}\right) \quad (\text{A7})$$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Altman, E. (1968), "Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy", *Journal of Finance* 23(4), pp. 589-609.
- Andrade, F., y L. Thomas (2007), "Structural Models in Consumer Credit", *European Journal of Operational Research* 183(3), pp. 1569-1581
- Banco de Pagos Internacionales (BIS) (2006a), "International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework Comprehensive Version", Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, Banco de Pagos Internacionales.
- ____ (2006b), "Results of the Fifth Quantitative Impact Study (QIS 5)", Grupo de Trabajo sobre el Capital General y Estudio de Impacto Cuantitativo del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, Banco de Pagos Internacionales.
- Botha, M., y G. van Vuuren (2009), "Implied Asset Correlation in Retail Loan Portfolios", *Journal of Risk Management in Financial Institutions* 3(2), pp. 156-173.
- Crouchy, M., D. Galai y R. Mark (2005), "The Use of Internal Models: Comparison of the New Basel Credit Proposal with Available Internal Models for Credit Risk", H. Scott (comp.), *Capital Adequacy Beyond Basel: Banking, Securities, and Insurance*, Oxford University Press.
- Drehmann, M. (2009), "Macroeconomic Stress Testing Banks: A Survey of Methodologies", M. Quagliariello (comp.), *Stress Testing the Banking System: Methodologies and Applications*, Cambridge University Press.
- Gordy, M.B. (2000), "A Comparative Anatomy of Credit Risk Models", *Journal of Banking and Finance* 24(1-2), pp. 119-149.
- ____, y E. Heitfield (2002), "Estimating Default Correlations from Short Panels of Credit Rating Performance Data", Artículo de Trabajo del Consejo de la Reserva Federal.
- Greene, W. H. (1992), "A Statistical Model for Credit Scoring", Artículo de Trabajo N°EC-92-29, Escuela de Negocios Leonard N. Stern.
- Hand, D. J., y W. E. Henley (1997), "Statistical Classification Methods in Consumer Credit Scoring: A Review", *Royal Statistical Society* 160(3), pp. 523-541.
- Jacobson, T., y K.F. Roszbach (2003), "Bank Lending Policy, Credit Scoring and Value-at-Risk", *Journal of Banking and Finance* 27(4), pp. 615-633.
- Merton, R. (1974), "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates", *Journal of Finance* 29(2), pp. 449-470.
- Roszbach, K. F. (2004), "Bank Lending Policy, Credit Scoring and the Survival of Loans", *The Review of Economics and Statistics* 86(4), pp. 946-958.
- Vasicek, O. (1991), "Probability of Loss on Loan Portfolio", White Paper, KMV Corporation.