

# REDISTRIBUCIÓN DE LA RIQUEZA USANDO DERECHOS DE CONSUMO

El caso igualitario\*

*Francisco Martínez C.  
y Jorge Rivera C.\*\**

## RESUMEN

La idea fundamental de este artículo es utilizar un mercado para producir una reasignación de la riqueza en una economía de intercambio. Este mercado es paralelo al mercado de bienes, y en él se comercian derechos de consumo que son inicialmente asignados por un planeador. Estas transacciones permiten generar una variedad de equilibrios de Walras, de manera equivalente a lo que se puede alcanzar mediante transferencias de dotaciones tipo suma alzada (*lump-sum*). En este trabajo se analiza el caso particular en que la dotación inicial de derechos de consumo es igualitaria para la población, con una regla simple de precios de derechos de consumo. La ventaja de este caso es que no se requiere información de las dotaciones iniciales de bienes de la población para lograr una reasignación de recursos que reduzca la brecha entre ricos y pobres.

## ABSTRACT

The fundamental idea of this paper is the use of a market mechanism to induce a redistribution of wealth in the exchange economy. In this market, operating parallel

\* *Palabras clave:* distribución de riqueza, derechos de consumo, equilibrio. *Clasificación JEL:* D31, D51, D63, H21. Los autores agradecen las contribuciones a este trabajo realizadas en la VI Jornadas Latinoamericanas de Teoría Económica, efectuadas en la Universidad de San Luis Potosí, México. Este trabajo ha sido financiado por ICM Sistemas Complejos de Ingeniería.

\*\* F. Martínez C., Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile (correo electrónico:

to the goods market, consumption rights initially assigned by the planner are exchanged freely. Such trades generate a variety of Walras equilibrium solutions, in a way similar to what can be obtained from lump-sum transfers. In this paper we analyze the special case with an egalitarian initial distribution of consumption rights across the population and applying a simple price rule for consumption rights. This case has the advantage that no information of the population's initial endowments is required to induce a redistribution of wealth that reduces the gap between the rich and the poor.

## INTRODUCCIÓN

No es menester insistir en la relevancia que tiene la reasignación de recursos en la economía con el fin de lograr determinados objetivos sociales en cuanto a equidad y/o justicia en la repartición de los recursos existentes. En tal sentido, existe una abundante bibliografía respecto a cuáles son, y cómo operan en la práctica, los diversos mecanismos de reasignación que se utilizan actualmente (véase en Myles, 1995, más pormenores).

Sin embargo, una cuestión central que está detrás de estos métodos de reasignación proviene de que todos ellos forzosamente requieren la participación de un agente externo, que llamaremos planeador (o Estado), que recaba y reasigna dichos recursos en la sociedad. La existencia de este planeador se justifica básicamente por el hecho que no son mecanismos de mercado, o incentivos, los que de modo natural llevan a las reasignaciones de recursos que son concordantes con un objetivo social prefijado. Precisamente el segundo teorema de bienestar plantea que para alcanzar un cierto óptimo de Pareto (que traduce el objetivo social) se requiere reasignaciones de recursos iniciales entre los individuos, de tal manera que una vez ejecutados sea el mercado el que libremente lleve al punto deseado en la curva de contrato (véase Hammond, 1998, para más pormenores).

A diferencia de un método de reasignación como el indicado, en este trabajo utilizamos otro enfoque, novedoso, para transferir recursos en la economía. Este enfoque se basa en el modelo de "economía de intercambio con derechos de consumo" desarrollado por Martínez y Rivera (2005).

Los derechos de consumo (en adelante derechos) constituyen una especie de moneda paralela que permitirá intercambiar bienes, pues suponemos que

en esta nueva economía todo bien tiene un doble valor: uno expresado en términos de riqueza usual (valor de los bienes a precios de mercado) y otro en cantidad de derechos de consumo. Así, todos los agentes de la economía han de enfrentar la doble restricción de riqueza y derechos. Se asume que los agentes pueden tranzar libremente los derechos por bienes a un cierto precio que se determinará endógenamente como parte del equilibrio. Dependiendo entonces de las asignaciones iniciales de bienes y de derechos, existirán agentes para los cuales inicialmente la restricción de riqueza usual es activa, y otros para los cuales lo será aquella de los derechos: los individuos “más ricos” *ex ante* la asignación de los derechos serán precisamente aquellos restringidos respecto a los derechos de consumo, caso contrario para los individuos más pobres. Este hecho implicaría entonces un incentivo para comerciar derechos, modificando de esta manera la recta presupuestaria de los agentes, lo que genera un mecanismo de intercambio, el cual finalmente puede ser interpretado como una reasignación de suma alzada de las dotaciones, pero que proviene de una decisión de intercambio privado y no como producto de la intervención de un planeador que recaba y reasigna los recursos.

En el modelo recién mencionado las variables de decisión del planeador son los derechos de consumo asignados a cada individuo y lo que entendemos por regla de precios. Esta última es una relación exógena entre los precios usuales de los bienes y las tasas de transformación de bienes en derechos.

El principal resultado de este trabajo es que en una economía de intercambio, con un número finito de bienes de consumo privado y agentes, una asignación igualitaria de derechos de consumo y la aplicación de una regla de precios muy sencilla, han de implicar que, independientemente de las preferencias y de las dotaciones iniciales de bienes, forzosamente habrá una reasignación de recursos en la economía, de manera que los individuos con mayores recursos transferirán parte de éstos a los más pobres. Se muestra además que para cierto tipo de funciones de utilidad, muy utilizadas en la bibliografía, lo anterior se traduce en una disminución significativa de las brechas de riqueza en la población. Puesto que en este trabajo se supone que los derechos asignados son constantes en la población, el único papel que desempeñaría el planeador sería entonces supervisar que se cumpla la regla de precios elegida.

Esto justificaría entonces un análisis más profundo respecto a la posibilidad de aplicar en la práctica un mecanismo como el aquí detallado, esto con

el fin de garantizar transferencias progresivas entre los agentes de la economía sin tener que requerir información privada, que, como sabemos, puede distorsionar los resultados a que se desee llegar. En tal sentido Mirrlees (1986) entrega una serie de resultados que demuestran la imposibilidad de establecer transferencias de suma alzada que sean no manipulables por los agentes de la economía, cuestión que en definitiva puede hacer inviable la aplicación eficiente de los métodos usuales de reasignación.

Este trabajo está organizado como sigue. En la sección I vamos a detallar el modelo de derechos de consumo, para en la sección II analizar el tipo de reasignaciones de recursos que se tienen en el contexto ya indicado. Al final se presenta las conclusiones.

### I. EL MODELO ECONÓMICO

Una economía de intercambio con  $L$  bienes y  $m$  individuos está caracterizada por las funciones de utilidad  $u_i: R^L \rightarrow R$ , y las dotaciones iniciales  $r_i \in R^L$  asignadas a cada consumidor  $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$ .<sup>1</sup> Denotemos por  $\bar{x}_i \in R^L$  la cantidad total de recursos iniciales de la economía.

Según Martínez y Rivera (2005), una  $r$ -economía es una de intercambios en la que se considera la existencia de los llamados derechos de consumo, que son parámetros reales asignados a cada individuo,  $r_i \in R$ ,  $i \in I$ , de manera que si  $s \in R^L$  denota una tasa de transformación de bienes en derechos,  $q \in R$  el precio de tales derechos y  $p \in R^L$  precio por los bienes, el conjunto de consumos factibles de un individuo  $i \in I$  corresponde a

$$B_i(p, s, q) = \{x \in R^L \mid p \cdot x \leq p \cdot r_i + s \cdot x \cdot r_i\}$$

Se supone que los derechos se pueden comerciar en el mercado de manera que si el individuo  $i \in I$  decide comerciar  $\bar{x}_i \in R$  derechos, entonces dispone ahora de  $r_i + \bar{x}_i$  unidades de éstos, mientras que su riqueza (en unidades de valoración de bienes) es modificada en  $q \cdot \bar{x}_i$  unidades de riqueza. Por tanto, en el conjunto presupuestario *ex post* la transacción de  $\bar{x}_i \in R$  derechos es

$$B_i(p, s, q, \bar{x}_i) = \{x \in R^L \mid p \cdot x \leq p \cdot r_i + q \cdot \bar{x}_i + s \cdot x \cdot r_i\}$$

De esta manera, dados precios  $p, s, q$ , el problema del consumidor consiste en

<sup>1</sup> En todo lo que sigue suponemos que las funciones de utilidad son cóncavas, diferenciables y estrictamente crecientes por componentes.

$$\begin{aligned} & \max_{x_i} u_i(x_i) \\ & \text{s.a. } x_i \leq B_i(p, s, q, r_i) \end{aligned}$$

Tal como se prueba en Martínez y Rivera (2005), el problema anterior tiene una única solución. Más aún, en dicho trabajo se demuestra que en el óptimo ambas restricciones son activas, razón por la cual el problema del consumidor anterior se puede replantear como

$$\begin{aligned} & \max_{x_i} u_i(x_i) \\ & \text{s.a. } (p, qs) x_i = p x_i + q r_i \end{aligned}$$

en el que el valor de la transacción óptima de los derechos está implícitamente definida a partir de la solución del problema anterior. Si denotamos por  $x_i(p, q, s, r_i)$  la solución del problema anterior, diremos que  $p^*$ ,  $s^*$  y  $q^*$  son precios de equilibrio para la  $r$ -economía si se cumple que

$$\sum_{i=1}^m x_i(p^*, q^*, s^*, r_i) = \sum_{i=1}^m r_i$$

Si se supone que la cantidad total de derechos en la  $r$ -economía es constante (e igual a  $R$ ), se deduce entonces que la suma de las transacciones de derechos  $\sum_{i=1}^m r_i$  es 0 y, por tanto, en el equilibrio forzosamente se ha de cumplir que

$$s^* = R$$

De esta manera, si se considera que la cantidad de incógnitas comprendidas en la definición del equilibrio es  $(2L - 1)$ , mientras que la cantidad de ecuaciones que definen el equilibrio es  $(L - 1)$ , hay entonces un problema fundamental de indeterminación para la existencia de los precios de equilibrio, indeterminación que obviamente nos puede llevar a múltiples soluciones.<sup>2</sup>

Una manera de soslayar la indeterminación anterior parte por considerar lo que en Martínez y Rivera (2005) se ha llamado regla de precios. De acuerdo con dicho trabajo, y desde un punto de vista intuitivo, una regla de precios es simplemente una relación exógena entre los precios, la cual debe aportar  $L$  ecuaciones linealmente independientes adicionales a las ya ex-

<sup>2</sup> Hay  $L$  incógnitas por el precio de los bienes,  $L$  por las tasas de transformación de bienes en derechos y una por el precio de los derechos. Respecto a las ecuaciones,  $L$  de ellas provienen de la igualdad "demanda con dotaciones totales" y una de la relación ya indicada entre tasa de transformación y derechos totales.

puestas, todo con el fin de que el sistema de ecuaciones resultante tenga solución única. Una regla de precios que llamamos simple es la siguiente:

$$p = q^s \tag{1}$$

condición que a su vez implica que  $p = q(s) = qR$ , la que finalmente se puede interpretar diciendo que la valoración de todos los derechos de consumo a los precios de mercado es igual a la riqueza total respecto a las dotaciones iniciales.

En complemento a la asignación de los derechos, la regla de precios anterior debe ser considerada como un instrumento adicional de política que posee el planeador para cumplir con determinados objetivos sociales de reasignación de recursos.

Según la condición (1) anterior, el problema del consumidor se puede reescribir como

$$\begin{aligned} & \max_{x_i} u_i(x_i) \\ & \text{s.a. } 2p x_i = p \cdot r_i + q r_i \end{aligned}$$

Puesto que en el equilibrio se satisface  $2p^* x_i^* = p^* r_i + q r_i$ , sumado a  $i \in I$  se concluye que  $2p^* = p^* + qR$ , y por tanto

$$q^* = \frac{p^*}{R}$$

Esto último implica que el problema del consumidor se puede finalmente plantear como

$$\begin{aligned} & \max_{x_i} u_i(x_i) \\ & \text{s.a. } p x_i = p \cdot \frac{r_i}{2} + \frac{r_i}{2} \end{aligned}$$

Usando resultados estándar de existencia de equilibrio (véase Arrow y Dedreu, 1964), con los supuestos hechos sobre las funciones de utilidad, y considerando que  $R^L$ , se concluye que existirá un equilibrio de Walras en la economía si  $r_i > 0$  para cada  $i \in I$ . Notemos que esto aún es cierto a pesar de que algún  $r_i$  pueda ser 0 o tener componentes nulas.

Por esto, el efecto en la economía de una asignación de derechos  $r_i > 0$ ,  $i \in I$ , junto con la imposición de la regla de precios simple, es que por un lado garantizará la existencia de un equilibrio de Walras aun cuando algunos individuos puedan no tener dotaciones iniciales y, por otro, que el mer-

cado de derechos opera como si existiese una transferencia de recursos entre los individuos, transferencias que se darían como resultado del intercambio entre los agentes en vez de ser producto de la decisión de un planeador que colecta y reasigna los recursos. Dada la restricción presupuestaria anterior, esta transferencia correspondería a recabar la mitad de las dotaciones de todos los individuos y luego reasignar una fracción  $r_i/R$  de dicho total recaudado a cada agente.

## II. REDISTRIBUCIÓN DE LA RIQUEZA. CASO IGUALDAD DE LOS DERECHOS DE CONSUMO

Cuando los derechos de consumo son repartidos de modo igualitario, entonces la fracción es constante para cada individuo e igual a  $1/m$ , en que  $m$  es el número de individuos. En este panorama, producto de la reasignación de recursos, la nueva canasta de bienes para cada individuo es

$$\tilde{x}_i = \frac{1}{2} x_i + \frac{1}{m} R^L$$

Si  $p^c \in R^L$  denota el precio de equilibrio en la economía *ex ante* de la asignación de los derechos, y si se supone la regla de precios simple es fácil ver que

$$p^c \tilde{x}_i = p^c x_i + \frac{p^c}{m} R^L$$

es decir, que la canasta  $\tilde{x}_i \in R^L$  es factible para el individuo  $i \in I$ , *ex ante* la asignación de los derechos, siempre y cuando el valor de sus dotaciones iniciales al precio de equilibrio  $p^c \in R^L$  (riqueza inicial) sea mayor que la riqueza promedio de toda la población a dichos precios. Así, dada la transferencia implícita en la economía con derechos de consumo, ocurre que las asignaciones finales que obtendrían los consumidores son factibles sólo para los individuos cuya riqueza es mayor que el promedio de la población, no pudiendo ser afrontadas por el resto de la población a los precios de equilibrio  $p^c$ . Por tanto, independientemente de los precios y de las preferencias, la implantación de un mercado de derechos igualitario forzosamente se traduce en transferencias de recursos de los más ricos a los más pobres.

Por otro lado, desde el punto de vista de la riqueza, si denotamos por  $\tilde{p} \in R^L$  el precio de equilibrio en la economía con mercado de derechos (economía final), tenemos que  $I_i^c = p^c x_i$  e  $I_i^r = \tilde{p} (1/2) [ x_i + (R^L/m) ]$  correspon-

den al valor de los activos (riqueza) del individuo en situación inicial y final respectivamente. Por tanto, de un cálculo directo se tiene que la respectiva riqueza relativa<sup>3</sup> para cada agente está dada por

$$IR_i^c = \frac{p^c}{p^c} i, \quad IR_i^r = \frac{1}{2} \frac{\tilde{p}}{\tilde{p}} i = \frac{1}{m}, \quad i = I$$

Es fácil observar que la riqueza relativa promedio<sup>4</sup> es, en ambos casos, igual a  $1/m$ . Ahora bien, si fuese que  $p^c = \tilde{p}$ , entonces es directo probar que

$$IR_i^r = \frac{1}{2} IR_i^c = \frac{1}{m}, \quad i = I$$

La igualdad de los precios antes mencionada se tiene cuando, por ejemplo, las funciones de utilidad son Cobb-Douglas homogéneas de grado uno, o CES, todas idénticas para cada individuo. De esta manera, dado el supuesto de los precios ya indicado, de la relación anterior se infiere que la varianza de la riqueza relativa  $IR_i^r$  cumple con

$$\text{var}(IR_i^r) = \frac{1}{4} \text{var}(IR_i^c)$$

Como ya sabemos que la media de las riquezas relativas es la misma para ambas economías, tenemos entonces que, con los supuestos indicados, la dispersión de la riqueza en una economía con mercado de derechos se reduce considerablemente respecto a aquella en la economía inicial, es decir, que la asignación igualitaria de derechos de consumo reduce de manera inevitable la brecha entre ricos y pobres en la economía.

#### CONCLUSIONES

En el caso sencillo en que los derechos de consumo son asignados de manera igualitaria a la población, y además se aplica una regla de precios simple según la cual el valor de todos los derechos es igual a la riqueza total que hay en la economía, ocurre entonces que, independientemente de las preferencias de los individuos y de cómo las dotaciones iniciales son dadas, el equilibrio de Walras de la economía será tal que los precios y demandas son

<sup>3</sup> Es decir, la dividida por la riqueza total.

<sup>4</sup> Es decir, el promedio de los valores de  $IR$  en ambos casos.

concordantes con una economía en la que se han hecho transferencias de individuos más ricos a individuos más pobres, donde la riqueza y pobreza se refieren al valor de sus dotaciones *ex ante* la asignación de los derechos.

En el caso particular que las preferencias de los individuos sean idénticas para cada uno de ellos y dadas, ya sea por funciones de utilidad Cobb-Douglas homogéneas de grado uno, o bien por funciones de utilidad CES, ocurre que de manera adicional se puede concluir que la repartición de la riqueza es más igualitaria en la economía con derechos de consumo que en la original, lo que muestra que la varianza de las riquezas relativas se reduce considerablemente respecto a la original.

Habida cuenta los objetivos redistributivos por parte del Estado, todo lo anterior ameritaría entonces considerar de modo más pormenorizado un eventual procedimiento para aplicar en la práctica un sistema como el descrito, más aún si se considera que el papel del planeador consiste básicamente en supervisar el cumplimiento de una regla de precios, en vez de recabar y asignar recursos en la sociedad.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrow, K., y G. Debreu (1964), "Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy", *Econometrica*, 22, pp. 265-290.
- Hammond, P. (1998), "The Efficiency Theorems and Market Failure", Alan Kirman (comp.), *Elements of General Equilibrium Analysis*, Londres, Blackwell Publishers.
- Martínez, F., y J. Rivera. (2005), "Equilibrium in an Exchange Economy with Consumption Rights and Consequences on Redistribution of Wealth", Working Paper 215, Departamento de Economía, Universidad de Chile ([www.decon.uchile.cl](http://www.decon.uchile.cl)).
- Mirrlees, J. A. (1986), "The Theory of Optimal Taxation", K. Arrow y M. Intriligator (comps.), *Handbook of Mathematical Economics*, Amsterdam, North-Holland.
- Myles, G. (1995), *Public Economics*, Cambridge, Cambridge University Press.