

## ESTACIONARIEDAD, CAMBIOS ESTRUCTURALES Y CRECIMIENTO ECONÓMICO EN MÉXICO (1895-2008)\*

*Antonio E. Noriega  
y Cid Alonso Rodríguez-Pérez\*\**

### RESUMEN

Este artículo estima que la evolución del producto real y *per capita* de México entre 1895 y 2008 se puede describir adecuadamente por medio de un modelo estacionario en tendencia, afectado por cuatro cambios estructurales, cuya ocurrencia coincide con cambios institucionales internos, guerras y crisis económicas y financieras. Estos cambios son modelados por funciones logísticas de transición suave, en las que los periodos de transición son estimados endógenamente. En términos de tasas de crecimiento, nuestros resultados indican que para el PIB real y PIB real *per capita* de México existen cuatro etapas de crecimiento estacionario separadas por tres periodos de transición. Por ejemplo, para el PIB real se identifican las siguientes etapas de crecimiento estacionario: 1895-1924, 1935-1952, 1956-1978 y 1989-2008, separadas por tres épocas de transición (1925-1934, 1953-1955 y 1979-1988).

### ABSTRACT

This paper shows that the evolution of the level of Mexico real and real per capita output between 1895 and 2008 can be adequately described through a trend sta-

\* *Palabras clave:* producto interno bruto, crecimiento económico, estacionariedad, raíz unitaria, cambio estructural, función logística, transición suave. *Clasificación JEL:* C12, C13, C15, C22, O47, O54. Artículo recibido el 2 de septiembre de 2010 y aceptado el 14 de marzo de 2011. Agradecemos los comentarios y sugerencias de Carlos Capistrán, Gonzalo Rangel y un dictaminador anónimo de EL TRIMESTRE ECONÓMICO, así como de los participantes en el seminario del Banco de México. Todos los errores son responsabilidad nuestra. Las opiniones en este artículo son de los autores y no forzosamente reflejan el punto de vista del Banco de México.

\*\* A. E. Noriega, Banco de México y Universidad de Guanajuato. C. A. Rodríguez, Banco de México.

tionary model, affected by 4 structural breaks, which occurred at dates that seem to coincide with domestic institutional arrangements, wars, and financial and economic crises. These changes are modeled through logistic smooth transition functions, in which transition periods are endogenously estimated. In terms of growth rates, our results indicate that for Mexico real and real per capita GDP, there are four stationary growth paths, separated by three transition periods. For instance, for real GDP we identify the following stationary growth paths: 1895-1924, 1935-1952, 1956-1978, and 1989-2008, separated by three transition periods: 1925-1934, 1953-1955, and 1979-1988.

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene por objetivo analizar el comportamiento de baja frecuencia del producto real y *per capita* de México de 1895 a 2008. En el contexto del análisis univariado de series de tiempo se busca determinar si la evolución de la producción en México se puede caracterizar por una tendencia estocástica —esto es, por una raíz unitaria— o por una tendencia lineal determinista, sujeta a cambios estructurales modelados por medio de funciones de transición suave. En otras palabras, este estudio retoma la vieja pregunta de si la tendencia que domina la evolución de largo plazo del producto es estocástica o determinista.

Considérese el siguiente modelo de tendencia lineal sin cambios estructurales en los parámetros,

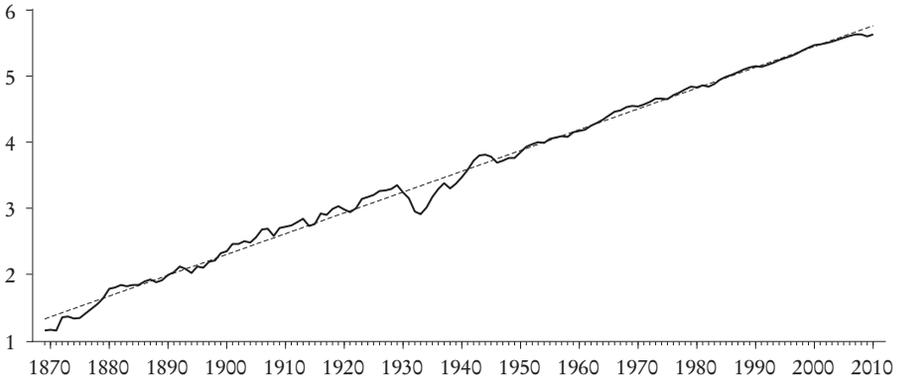
$$y_t = \alpha + \beta t + v_t; \quad v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t$$

en los que  $y_t$  es, digamos, el logaritmo del PIB real en niveles,  $v_t$  son las desviaciones respecto a la tendencia lineal,  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\rho$  son parámetros, y  $\varepsilon_t$  denota un proceso de ruido blanco. Si  $\rho = 1$ , entonces  $y_t$  tiene una raíz unitaria o en otras palabras es estacionario en diferencias, por lo que para obtener la tasa de crecimiento del producto sería necesario aplicar la transformación de primeras diferencias y obtener una estimación del parámetro  $\beta$ . Por lo contrario, en el caso de  $\rho < 1$ ,  $y_t$  es estacionario en tendencia y, por tanto, la pendiente de la función de tendencia lineal de la serie ( $\beta$ ) representa una estimación de la tasa de crecimiento de  $y_t$ .

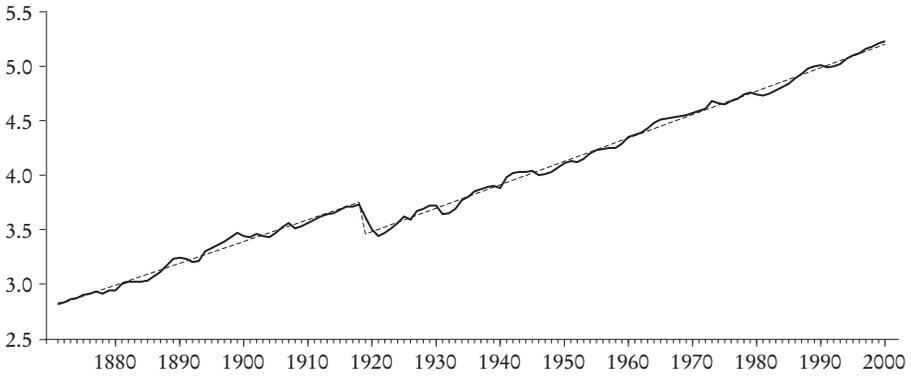
Considérese la evolución del producto real de los Estados Unidos, que se presenta en la parte A de la gráfica 1. Resultados en Noriega (2004), así

GRÁFICA 1. PIB real (logs) y tendencias quebradas

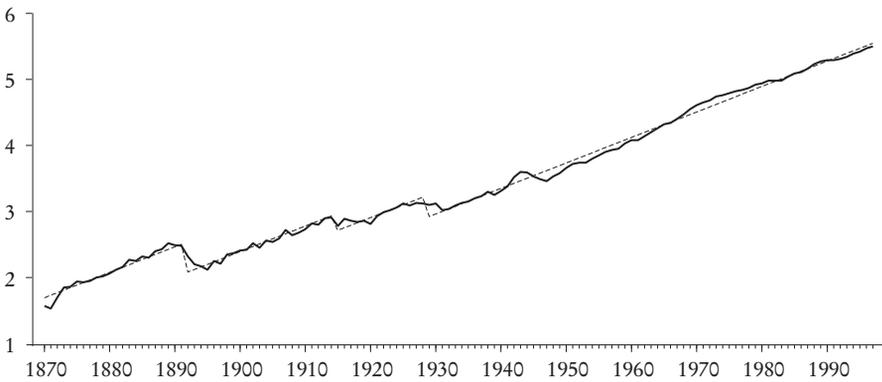
A. Estados Unidos



B. Reino Unido



C. Australia



como cálculos propios utilizando las pruebas de Kejriwal y Perron (2010), indican que el producto real estadounidense ha fluctuado de manera estacionaria alrededor de una tendencia lineal sin cambios estructurales. En otras palabras, el modelo de arriba con parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  constantes y  $\rho < 1$  parecen describir adecuadamente la evolución de la serie.<sup>1</sup>

Sin embargo, esta representación lineal puede no ser adecuada para todos los casos, debido a que la función de tendencia puede estar sujeta a cambios estructurales, que usualmente están relacionados con guerras, arreglos institucionales, crisis económicas, etc. Como ejemplo de esto la gráfica 1 presenta la evolución del producto real del Reino Unido (parte B) y de Australia (parte C), junto con una tendencia lineal quebrada, basada en los resultados de Noriega, Soria y Velázquez (2008). En el primer caso se identifica un cambio estructural tanto en  $\alpha$ , como en la pendiente  $\beta$  de la función de tendencia en 1918, que alteran permanentemente el nivel y la tasa de crecimiento del producto. Este hallazgo ha sido relacionado por la bibliografía con la primera Guerra Mundial (véase por ejemplo Mills, 1991, y Duck, 1992). En la parte C, el PIB real de Australia presenta tres cambios estructurales en su nivel (tres cambios en el parámetro  $\alpha$ , sin cambios en el parámetro de la pendiente  $\beta$ ). En ambos casos, pruebas de raíz unitaria aplicadas a las series indican que el producto evoluciona de una manera estacionaria, es decir que  $\rho < 1$ , una vez que se consideran estos cambios estructurales en la función de tendencia.<sup>2</sup>

En este artículo, ponemos particular atención a la cuestión de si los parámetros de la función de tendencia ( $\alpha$  y  $\beta$ ) se han mantenido constantes a lo largo del periodo en estudio, tanto para el producto como para el producto *per capita* de México.

Existen diversos estudios internacionales que han explorado este cuestionamiento. Por ejemplo, Ben-David y Papell (1995) plantean cómo las pruebas de cambio estructural en series de tiempo univariadas proporcionan un marco natural para investigar el hecho (estilizado) de una tasa de crecimiento del producto constante. Así, Ben-David y Papell (1995) buscan determinar la existencia de un cambio estructural en la serie del producto y producto *per capita* de un conjunto de países seleccionados, así como

<sup>1</sup> En relación con la cuestión de si la función de tendencia de largo plazo de la producción real de los Estados Unidos debería ser modelada como estacionaria en tendencia o estacionaria en diferencias véase Rudebusch (1993), Diebold y Senhadji (1996), Murray y Nelson (2000), Papell y Prodan (2004), Vougas (2007) y Darne (2009).

<sup>2</sup> Véase más pormenores de estos resultados en Noriega, Soria y Velázquez (2008).

sus consecuencias en el crecimiento económico. Siguiendo con esta línea de análisis, y dentro del contexto de modelos que permiten cambios estructurales múltiples, Ben-David, Lumsdaine y Papell (2003) encuentran pruebas de tasas de crecimiento que aumentan en el tiempo.

Es importante señalar que las evidencias encontradas en esta bibliografía tienen como característica común suponer que los cambios estructurales ocurren instantáneamente, al ser modelados por medio de variables dicotómicas. Sin embargo, tal especificación no forzosamente puede ser la más adecuada.

Este artículo propone modelar los potenciales cambios estructurales, con otra hipótesis, por medio de funciones de transición suave entre regímenes (o tendencias lineales) más que como cambios estructurales instantáneos. La idea básica de las transiciones suaves es simple: el cambio estructural no se asume como un cambio instantáneo, sino como un periodo de transición suave entre diferentes regímenes a lo largo del tiempo. Además, como se analizará más adelante, un cambio estructural instantáneo representa un caso particular de la función de transición suave. Así, nuestro enfoque consiste en probar la hipótesis nula de una raíz unitaria contra la opción de estacionariedad alrededor de una tendencia lineal determinista afectada por transiciones suaves múltiples.<sup>3</sup>

Basados en el trabajo de Bacon y Watts (1971), Maddala (1977), Granger y Teräsvirta (1993), y de Lin y Teräsvirta (1994), Greenaway, Leybourne y Sapsford (1997) modelan un cambio estructural para series del producto de un conjunto de países seleccionados, como una transición suave entre regímenes. En particular, suponen que cualquier cambio en el desempeño económico después de la liberación comercial puede ser modelado más apropiadamente como una transición suave más que como un cambio discreto en la trayectoria de la serie de tiempo. Según esta línea para modelar los cambios estructurales en la tendencia determinista de una serie de tiem-

<sup>3</sup> Existen en la bibliografía otros enfoques que prueban la hipótesis nula de raíz unitaria contra opciones no lineales, en las cuales la serie de tiempo sigue un proceso globalmente estacionario, tales como las de los modelos *threshold autoregressive* (TAR) en Caner y Hansen (2001), *smooth transition autoregressive* (STAR) en Kapetanios, Snell y Shin (2003) y *self-exciting threshold autoregressive* (SETAR) en Kapetanios y Shin (2006). Incluso existen pruebas que combinan estos dos tipos de hipótesis como en Sollis (2004), en el que se prueba la nula raíz unitaria contra una opción que combina al modelo TAR con las transiciones suaves entre tendencias lineales deterministas. Finalmente, nótese que aquí usamos un enfoque univariado para determinar el orden de integración del producto. Aguiar y Gopinath (2007), por ejemplo, desde una perspectiva multivariada, analizan cómo la magnitud de la reacción del consumo a choques en el ingreso pueden utilizarse para identificar la persistencia de dichos choques.

po, Leybourne, Newbold y Vougas (1998) (LNV, en adelante) proponen una prueba tipo Dickey-Fuller, en la cual plantean como otra hipótesis diferente de la de raíz unitaria, la de un cambio estructural en la tendencia lineal de una serie por medio de una transición suave entre dos diferentes tendencias.<sup>4</sup> Esta especificación, propuesta por LNV en el contexto de pruebas de raíz unitaria, es bastante flexible en el sentido de que implica como casos límite: uno en el que no existe cambio estructural, y otro en el que hay un cambio y éste es instantáneo. Para esto utilizan la función logística de transición suave que estima endógenamente, de una manera no lineal, la ubicación y duración de la transición (cambio estructural).<sup>5</sup>

A pesar de sus virtudes, la función empleada por Greenaway, Leybourne y Sapsford (1997) y LNV posee la limitante de que la senda de transición es monótona y simétrica alrededor del punto medio de la transición. Sollis, Leybourne y Newbold (1999) (SLN, en adelante), también dentro del contexto de pruebas de raíz unitaria, extienden tal especificación para modelar un cambio estructural en la tendencia de la serie permitiendo asimetría en la función logística de transición suave.<sup>6</sup>

Por su parte, Harvey y Mills (2002) desarrollan una extensión a la prueba de LNV al permitir como otra hipótesis diferente de la de raíz unitaria, la de estacionariedad alrededor de una tendencia lineal con transiciones suaves dobles, especificadas por la función logística simétrica. Harvey y Mills (2002) también analizan la posibilidad de que las transiciones sean potencialmente asimétricas. Sin embargo, destacan que aunque tal acercamiento resulta teóricamente deseable, el número de optimaciones numéricas necesarias para obtener simulaciones de los valores críticos para la prueba, lo torna un problema poco tratable desde un punto de vista computacional,

<sup>4</sup> LNV explican la idea de una transición suave en una serie de tiempo económica con el argumento de que en muchas situaciones los cambios en variables económicas agregadas, como el PIB, son influidos por los cambios en el comportamiento de un número grande de agentes económicos, y es poco probable que todos los agentes individuales reaccionen simultáneamente a cierto estímulo económico: mientras que unos están listos para reaccionar instantáneamente otros son propensos a diferentes grados de inercia institucional (dependiendo, por ejemplo, de la eficiencia de los mercados en que éstos actúan), y por consecuencia reaccionarán en diferentes momentos.

<sup>5</sup> Otros trabajos en los cuales se emplea la función logística de transición suave, en que la variable de transición es el tiempo, son: Leybourne y Mizen (1999), Harvey y Mills (2000), Greenaway, Leybourne y Sapsford (2000), Newbold *et al* (2001), Sollis (2004), Chang, Nieh y Wei (2005), Vougas (2006), Vougas (2007), y Foster y Stehrer (2007).

<sup>6</sup> Harvey y Mills (2004) plantean y desarrollan la prueba de estacionariedad contra la opción de raíz unitaria. Con la hipótesis nula se supone estacionariedad respecto a una tendencia lineal con una transición suave simétrica.

por lo que sólo presentan valores críticos para el caso de transiciones suaves dobles en el caso simétrico.

En este artículo se extiende los planteamientos previamente analizados para permitir, como opción a la hipótesis de raíz unitaria, cambios estructurales múltiples, modelados por medio de funciones de transición suave (tanto con la función logística simétrica como con la asimétrica) en la tendencia determinista de las series. En particular, se consideran especificaciones que permiten desde una hasta cuatro transiciones suaves. Hay que recalcar que nuestro planteamiento se diferencia del de Harvey y Mills (2002), quienes permiten transiciones suaves dobles, en el hecho de que aquí se impone la restricción de que las transiciones estimadas no se mezclen. Es decir, no se permite que existan transiciones suaves (cambios estructurales) en maneras consecutiva o sobrepuesta. Esto con la finalidad de que sea posible separar debidamente entre regímenes o tendencias lineales y periodos de transición hacia una nueva tendencia.<sup>7</sup>

Para México puede encontrarse evidencia de cambios estructurales en el PIB real y real *per capita* en Noriega y Ramírez-Zamora (1999), Noriega y de Alba (2001), y Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005), mientras que Ben-David y Papell (1998) sólo presentan evidencia para el producto *per capita*, y Castillo y Díaz-Bautista (2002) y Noriega, Soria y Velázquez (2008) sólo para el producto real. La característica común de estos estudios es que presuponen que el cambio estructural en las variables es instantáneo, de tal manera que no existen antecedentes en la bibliografía de estimar cambios estructurales modelados como transiciones suaves para México. Por otra parte, estos trabajos consideran diferentes periodos muestrales a lo largo del siglo XX, en el que 1921 es el periodo más lejano, y ninguno incluye datos del presente siglo. Aquí se utiliza una base de datos que no ha sido utilizada antes para estudiar la trayectoria de largo plazo del producto y producto *per capita* de México. A saber, se actualiza hasta 2008 la base de datos recién desarrollada por Barro y Ursúa (2008, 2009), con lo cual se obtiene información para el PIB real y real *per capita* de México que abarca el periodo 1895-2008.

En síntesis, el uso de funciones de transición suave para estimar cambios estructurales múltiples nos ayudará a distinguir entre etapas de crecimiento

<sup>7</sup> Los resultados empíricos que presentan Harvey y Mills (2002), resultan precisamente en este tipo de estimaciones, en las cuales los periodos de transición se sobreponen, lo cual tiene la consecuencia de que una etapa de transición empiece antes de que haya terminado la anterior.

sostenido y fases de transición en la trayectoria del producto y producto *per capita* de México. Nuestros resultados muestran que para el PIB real (PIB real *per capita*) es posible rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria, en favor de la otra hipótesis que modela cuatro etapas de crecimiento estacionario alrededor de una tendencia determinista: 1895-1924, 1935-1952, 1956-1978 y 1989-2008 (1895-1908, 1916-1951, 1954-1978 y 1990-2008), separadas por tres épocas de transición, 1925-1934, 1953-1955 y 1979-1988 (1909-1915, 1952-1953 y 1979-1989). Esto es, parecen existir tres cambios estadísticamente significativos en la tasa de crecimiento de largo plazo para cada una de las series.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. La sección I explica la metodología propuesta para estimar transiciones suaves múltiples, y probar la hipótesis de raíz unitaria en las series en estudio. En la sección II se presenta la base de datos utilizada y se realiza un análisis exploratorio preliminar de la evolución de las variables. La presentación y análisis de las estimaciones se realiza en la sección III, mientras que el análisis de las consecuencias de éstas para el crecimiento económico se aborda en la sección IV. Al final se presenta las conclusiones.

## I. METODOLOGÍA

El procedimiento que se utiliza para estimar la especificación que permite cambios estructurales múltiples, modelados por funciones de transición suave, y realizar la prueba de raíz unitaria, se basa en el espíritu de la metodología propuesta por LNV y SLN, quienes permiten la posibilidad de una transición suave entre tendencias lineales. Sin embargo, a diferencia de LNV y SLN, en este estudio se propone una extensión de estos métodos, al permitir la presencia de transiciones suaves múltiples.

Específicamente, se obtendrá resultados permitiendo desde una hasta cuatro transiciones suaves, tanto para el caso estrictamente simétrico (basados en LNV) como permitiendo la posibilidad de asimetría en las transiciones (basados en SLN). Así, se estiman ocho distintas especificaciones tanto para el PIB real como para el PIB real *per capita*. La decisión de permitir un máximo de cuatro cambios estructurales (transiciones suaves) se justifica por motivos de carácter técnico, y es argumentada líneas abajo, en el que se explica con detalle el procedimiento de estimación empleado en este estudio.

El método propuesto se efectúa en dos etapas: *i*) se estima el modelo que

permite  $m = 1, \dots, 4$  cambios estructurales (transiciones suaves), del cual se extraen los residuales, y *ii*) se aplica una prueba tipo Dickey-Fuller (1979) aumentada (DFA) en estos residuales. Este procedimiento es aplicado al PIB real y PIB real *per capita*, para  $m = 1, \dots, 4$ . A continuación se describe cada etapa.

### Etapa 1

El modelo para estimar  $m = 1, \dots, 4$  transiciones suaves entre regímenes utiliza el método de mínimos cuadrados no lineales (MCNL), y se especifica como sigue:

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \vartheta_t \quad (1)$$

En esta ecuación,  $y_t$  representa el logaritmo natural del PIB real o el logaritmo natural del PIB real *per capita*, en la que  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $T$  es el tamaño de la muestra, y  $m$  denota el número de cambios estructurales (transiciones suaves) por estimar. Nótese que la especificación en (1) permite  $m$  cambios simultáneos de nivel y pendiente. Con  $m = 1$  esta ecuación se reduce al denominado modelo C planteado por SLN que permite estimar un cambio tanto de nivel como de pendiente en una tendencia lineal.  $G_t(\tau, \gamma, \theta)$  es la función logística generalizada, basada en una muestra de tamaño  $T$ , la cual controla la transición entre dos regímenes (tendencias lineales), y se define como (véase SLN):

$$G_t(\tau, \gamma, \theta) = \left[ \frac{1}{\{1 + \exp[-\gamma(t - \tau T)/\theta]\}^\theta} \right], 0 < \theta \leq 1 \quad (2)$$

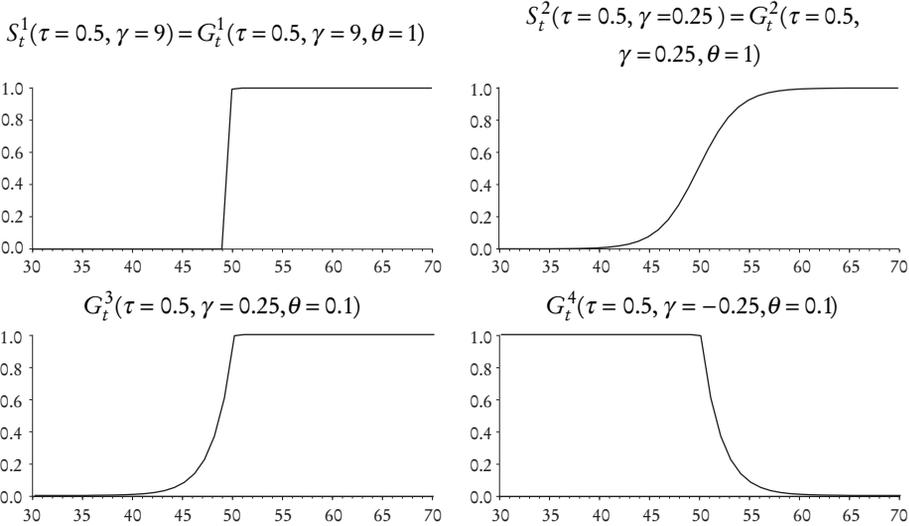
La interpretación de los parámetros de la función es como sigue. El parámetro  $\gamma$  gobierna la velocidad de transición. Con un  $\gamma$  pequeño, la función  $G_t(\tau, \gamma, \theta)$  toma un largo periodo en atravesar el intervalo  $(0, 1)$ , y en el caso límite de  $\gamma = 0$ ,  $G_t(\tau, \gamma, \theta) = 2^{-\theta}$  para todo  $t$ . Por lo contrario, para valores grandes de  $\gamma$ ,  $G_t(\tau, \gamma, \theta)$  atraviesa el intervalo  $(0, 1)$  de manera rápida. Específicamente, conforme  $\gamma$  se acerca a  $+\infty$  la función cambia de 0 a 1 de modo instantáneo, mientras que al acercarse a  $-\infty$ , cambia de 1 a 0 de ma-

nera instantánea. El parámetro  $\theta$  introduce la posibilidad de asimetría en la función  $G_t$ , o sea, permite la posibilidad de que la velocidad de la transición sea distinta antes y después del punto de inflexión, para  $0 < \theta < 1$ . El caso de  $\theta = 1$ , corresponde a la función logística simétrica,  $S_t$ , introducida por LNV [ $S_t(\tau, \gamma) = G_t(\tau, \gamma, 1)$ ], en el contexto de pruebas de raíz unitaria, en el que la trayectoria de transición es monótona y simétrica alrededor del punto de inflexión. En el otro extremo, conforme  $\theta$  se acerca a 0 una asimetría extrema es generada. Finalmente, el parámetro  $\tau$  se refiere a la ubicación del cambio estructural. En el caso de una transición simétrica,  $\theta = 1$ , la interpretación de  $\tau$  es relativamente sencilla, puesto que  $\tau T$  es el punto de inflexión de  $G_t(\tau, \gamma, 1)$ , y también puede interpretarse como su punto medio, ya que  $G_{\tau T}(\tau, \gamma, 1) = 0.5$ . Sin embargo, con algún grado de asimetría ( $0 < \theta < 1$ ), el punto de inflexión de  $G_t(\tau, \gamma, \theta)$  está dado por  $t = \tau T + \gamma^{-1}\theta \ln \theta$ , lo cual hace que la interpretación del parámetro  $\tau$  no sea tan directa.

En la gráfica 2 se presenta a función logística generalizada, con  $T = 100$ , dejando fijo al parámetro de ubicación  $\tau = 0.5$ , tal que el cambio estructural se encuentre alrededor de la mitad de la muestra. Con la finalidad de tener una mejor perspectiva visual de las distintas formas que puede adquirir la función  $G_t(\tau, \gamma, \theta)$ , en la gráfica 2 se realiza un acercamiento al eliminar los primeros y últimos 30 periodos. Primeramente obsérvese el caso de  $S_t^1(\tau = 0.5, \gamma = 9) = G_t^1(\tau = 0.5, \gamma = 9, \theta = 1)$ , que con una  $\gamma$  suficientemente grande ( $\gamma = 9$ ) la función logística cambia de 0 a 1 en aproximadamente un periodo, tal que imita a una variable dicotómica tradicional, por lo que puede estimar un cambio estructural instantáneo. En contraparte, con un parámetro  $\gamma$  relativamente bajo ( $\gamma = 0.25$ ), ejemplificado por  $S_t^2 = G_t^2$  y  $G_t^3$ , la función implica un largo periodo de transición. En el caso simétrico,  $\theta = 1$ , véase  $S_t^2$  en la gráfica 2, la función tarda más de 20 periodos en moverse de 0 a 1, teniendo el punto de inflexión,  $\tau T$ , en el periodo 50. Por otra parte, en el caso en que  $\theta < 1$ , la naturaleza de la asimetría es determinada por el signo del parámetro  $\gamma$ . Para un  $\gamma > 0$ , la transición es más lenta al inicio que al final, como lo muestra  $G_t^3$  en la gráfica 2. Para estos valores de los parámetros, la transición entre regímenes es más lenta antes del punto de inflexión,  $[\tau T + \gamma^{-1}\theta \ln \theta] = 49.1$ , que después de éste. Por último,  $G_t^4$  muestra la situación inversa, con  $\gamma < 0$ , en que la transición es más lenta hacia el final de la transición.

Como se observa, la estimación de las funciones de transición suave puede resultar en periodos de transición muy largos con una  $\gamma$  pequeña. En-

GRÁFICA 2. Función logística simétrica  $S_t(\tau, \gamma)$  y generalizada  $G_t(\tau, \gamma, \theta)$



tonces, al momento de estimar simultáneamente  $m$  funciones de transición suave, una posibilidad es que las funciones estimadas impliquen periodos de transición muy largos que se superponen o bien que sean consecutivos. Por tanto, es necesario introducir una variable,  $b > 0$ , que denota el tamaño de segmento mínimo permitido entre la ocurrencia de dos cambios estructurales en la estimación. Esta  $b$  desempeña el mismo papel que en el caso estándar en que los cambios estructurales son modelados con variables dicotómicas, lo que evita que existan dos periodos de manera consecutiva con cambio estructural.<sup>8</sup> Así, a diferencia de Harvey y Mills (2002), quienes desarrollan una prueba de raíz unitaria extendiendo el procedimiento de LNV y permitiendo transiciones suaves dobles, aquí imponemos la restricción de que las transiciones estén separadas por un segmento mínimo de tamaño  $b$ . De esta manera, la estimación de la tendencia determinista de las series puede ser interpretada como una tendencia lineal quebrada o separada por cambios estructurales graduales (transiciones suaves) o instantáneos, dependiendo del valor final que tomen los parámetros de la función logística.

Para instrumentar esta restricción, es necesario identificar adecuadamente

<sup>8</sup> Para los resultados empíricos de este artículo utilizamos  $b = 5$ . Otros trabajos que utilizan este valor (o valores similares) son Bai y Perron (1998), Noriega y Ramírez-Zamora (1999), Ben-David y Papell (2000), Bai y Perron (2003), Kapetanios (2005), y Noriega, Soria y Velázquez (2008).

el periodo en que inicia y termina cada una de las transiciones. Partimos de que en general es posible encontrar el periodo en que la función logística generalizada toma algún valor predeterminado entre 0 y 1, al dejar fijo el valor de la función y despejar para  $t$ .<sup>9</sup> Esto es, déjese  $G_t(\tau, \gamma, \theta) = \bar{G}$ , con  $0 < \bar{G} < 1$ , entonces de la ecuación (2) tenemos  $\bar{G} = [1/\{1 + \exp[-\gamma(t - \tau T)/\theta]\}]^\theta$ . Tras algunas manipulaciones algebraicas es posible obtener una expresión que nos dé el periodo en que la función logística toma el valor  $\bar{G}$ . Esto es,

$$t = \tau T - \frac{\theta}{\gamma} \ln \left[ \frac{1 - \bar{G}^{1/\theta}}{\bar{G}^{1/\theta}} \right] \quad (3)$$

Sean  $P_i$  y  $P_f$  los periodos en que inicia y termina, respectivamente, la transición. Dados los valores de los parámetros  $\gamma$ ,  $\tau$  y  $\theta$  es posible calcular  $P_i$  y  $P_f$  de acuerdo con la ecuación (3), fijando un valor predeterminado para  $\bar{G}$ . Por ejemplo, considérese la función  $G_t^3(\tau = 0.5, \gamma = 0.25, \theta = 0.1)$  ilustrada en la gráfica 2. Entonces, dado que  $\gamma > 0$  sabemos que la función se mueve de 0 a 1, por lo cual podríamos considerar, por ejemplo, que la transición inicia a partir del periodo en que  $G_t^3 = 0.01$  y finaliza donde  $G_t^3 = 0.99$ . Así, se tendría que  $P_i(\bar{G} = 0.01) = 31.6$  y  $P_f(\bar{G} = 0.99) = 50.9$ , con lo cual tenemos una transición entre regímenes que dura aproximadamente  $P_f - P_i = 19.3$  periodos. Nótese que con  $\gamma < 0$  la función logística se mueve de 1 a 0, por ejemplo  $G_t^4$  en la gráfica 2, por lo cual el cálculo de los periodos en que inicia y termina la transición debe efectuarse cambiando los valores de  $\bar{G}$  entre  $P_i$  y  $P_f$ , esto es,  $P_i(\bar{G} = 0.99) = 49.1$  y  $P_f(\bar{G} = 0.01) = 68.4$ . De esta manera puede calcularse la duración de transición y conocer los periodos en que ésta principia y culmina. En este artículo, al igual que en los ejemplos mencionados, se deja que  $\bar{G}$  tome los valores de 0.01 y 0.99, con lo cual podemos tener el cálculo de aproximadamente 98% de la transición.<sup>10</sup>

Una vez definida la manera en que se efectúa el cálculo de los periodos de inicio y fin de una transición, volvemos a la cuestión de estimar un modelo que permita  $m$  transiciones suaves separadas por un segmento mínimo, denotado por  $h$ . Definamos como  $P_{i_j}$  y  $P_{f_j}$  a los periodos en que inicia y termina la  $j$ -ésima transición, respectivamente. Entonces, se busca minimizar

<sup>9</sup> Por sencillez en la exposición, este análisis se presenta sólo para el caso de la función logística generalizada,  $G_{t_j}$ , pero también es válido para el caso de la función simétrica,  $S_{t_j}$ .

<sup>10</sup> Por ejemplo, Newbold *et al* (2001) en su análisis consideran una duración aproximadamente de 90% de la transición.

la suma de residuales al cuadrado de la ecuación (1), sujeta a que  $Pf_{j-1} + b < P_{ij}$ , para todo  $j = 2, \dots, m$ . Esto es, se busca los parámetros que resuelven el siguiente problema<sup>11</sup>

$$\min \sum_{t=1}^T \hat{\theta}_t^2 = \min \sum_{t=1}^T \left[ y_t - \left\{ \hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_0 t + \sum_{j=1}^m \hat{\alpha}_j G_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j, \hat{\theta}_j) + \sum_{j=1}^m \hat{\beta}_j t G_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j, \hat{\theta}_j) \right\} \right]^2 \tag{4}$$

$$s.a. Pf_{j-1} + b < P_{ij}, \quad j = 2, \dots, m$$

Nótese que  $P_{ij}$  y  $Pf_{j-1}$  dependen de los parámetros estimados de la correspondiente función logística y están dados por las siguientes expresiones, que a su vez están basadas en (3):

$$P_{ij} = \begin{cases} \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[ \frac{1 - (0.01)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.01)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j > 0 \\ \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[ \frac{1 - (0.99)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.99)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j < 0 \end{cases}$$

$$Pf_{j-1} = \begin{cases} \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[ \frac{1 - (0.99)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.99)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j > 0 \\ \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[ \frac{1 - (0.01)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.01)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j < 0 \end{cases}$$

En síntesis, en esta etapa 1, tanto para el PIB real como para el PIB real *per capita* se estima la tendencia determinista modelada como una tendencia lineal que permite hasta  $m$  cambios estructurales (transiciones suaves), para  $m = 1, 2, 3$  y 4.

Como se estableció anteriormente, dado que la especificación de la ecuación (4), para  $m \geq 1$ , es no lineal en los parámetros  $(\tau_j, \gamma_j, \theta_j)$ ,  $j = 1, \dots, m$ , es

<sup>11</sup> Por sencillez en la exposición, el problema de optimación de la ecuación (4) se presenta sólo para el caso de la función logística generalizada,  $G_{tj}$ . El mismo problema se debe resolver cuando se utiliza la función simétrica,  $S_{tj}$ .

necesario emplear la técnica de mínimos cuadrados no lineales para obtener una estimación de éstos. En este caso, la función objetivo (suma de residuales al cuadrado) además del mínimo global puede tener mínimos locales, por lo cual es necesario probar un conjunto amplio de valores iniciales con la finalidad de asegurar que se ha alcanzado el mínimo global. Entonces, para la estimación de la ecuación (4) se considera un conjunto amplio de valores iniciales para los parámetros  $(\tau_j, \gamma_j, \theta_j)$ ,  $j = 1, \dots, m$ , denotados como  $(\tau_j^0, \gamma_j^0, \theta_j^0)$ , mientras que para el resto de parámetros,  $\alpha_i$  y  $\beta_i$ ,  $i = 0, \dots, m$ , dada su cualidad lineal, podemos emplear como valores iniciales sus correspondientes estimadores de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) sujetos a  $G_{ij}^0(\tau_j^0, \gamma_j^0, \theta_j^0)$ . La rutina para la estimación de la ecuación (4) es instrumentada en EViews 7, que en la estimación por MCNL usa el algoritmo (iterativo) de optimización Gauss-Newton (también conocido como el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman).<sup>12</sup>

El conjunto de valores iniciales que se prueba para cada  $m$ , no forzosamente es el mismo debido a dos razones. La primera se debe a la implicación de los valores iniciales seleccionados. Por ejemplo, con un  $m = 1$  es posible probar con valores iniciales de la velocidad de transición muy lenta, digamos  $\gamma^0 = 0.1$ , que implica una transición de aproximadamente 60 periodos. Sin embargo, para el caso de  $m = 4$  no tiene mucho sentido probar estos valores iniciales ya que implicarían que las cuatro transiciones modeladas se podrían sobreponer dado el tamaño de la muestra. Por tanto, conforme  $m$  se incrementa, se reduce el conjunto de valores iniciales considerados para la velocidad de transición,  $\gamma_j$ . La segunda razón es producto de los límites de la capacidad computacional. Conforme el número de transiciones por estimar crece, el conjunto de valores iniciales también se hace más grande, al punto en que la memoria virtual de la computadora es agotada.<sup>13</sup>

Considérese, por ejemplo, el siguiente conjunto de valores iniciales utilizado en la sección III para estimar el modelo con  $m = 4$  transiciones simétricas. Para cada función logística se prueba diversos valores iniciales para  $\gamma_j$  y  $\tau_j$ . Específicamente, se deja que la velocidad de transición tome los siguientes valores  $\gamma_j^0 = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$ , mientras que para el parámetro de

<sup>12</sup> Se deja el máximo número de iteraciones posibles en 5 mil para que el resultado converja; el criterio de convergencia es que la norma de la variación de los parámetros relativa a la norma de los valores de los parámetros de la última iteración sea inferior a 0.001, que son los valores predeterminados en EViews 7.

<sup>13</sup> La rutina es ejecutada en una computadora con un procesador Intel(R) Core(TM)2 CPU 6400 de 2.13 GHz y 1.99 GB RAM.

ubicación se utilizaron los valores  $\tau_j^0 = [.08, .16, .24, .32, .39, .47, .55, .63, .71, .79, .87, .95]$ , lo que implica que cada nueve periodos se ubica el punto medio de las transiciones. Así, se tiene un total de  $\binom{12}{4} * 6^4 = 641\,520$  combinaciones de valores iniciales. Al aumentar el número de transiciones a  $m = 5$ , utilizando el mismo conjunto de valores iniciales para  $\gamma_j$  y  $\tau_j$  que en el caso  $m = 4$ , encontramos que la rutina agota la memoria disponible de la computadora antes de obtener los resultados. Esto se debe a que en el caso  $m = 5$ , deben de procesarse  $\binom{12}{5} * 6^5 = 6\,158\,592$  de combinaciones.<sup>14</sup> Aunque reducir el conjunto de valores iniciales podría en principio resolver este problema, en la práctica observamos que, para el caso  $m = 5$ , los resultados se tornan extremadamente sensibles a los valores iniciales escogidos, de manera que no es posible asegurar que se ha alcanzado el mínimo global de la ecuación (4). Esto no ocurre para las estimaciones con  $m = 1, 2, 3$  y 4 presentadas en la sección III, en la que los resultados son robustos a varios conjuntos de valores iniciales. Debido a este problema técnico se decide dejar en cuatro el número máximo de cambios estructurales por estimar.

## Etapa 2

Se efectúa una regresión tipo DFA y se calcula el estadístico  $t$  asociado con  $\rho$ , el parámetro autorregresivo en la regresión:

$$\Delta \hat{\vartheta}_t = \rho \hat{\vartheta}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta \hat{\vartheta}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5)$$

en el que  $\hat{\vartheta}_t$  son los residuales calculados de la estimación de la ecuación (4).

Así, en esta segunda etapa se extrae los residuales de la especificación estimada en la etapa 1, y se utilizan para estimar por MCO la ecuación (5), para obtener el estadístico  $t$  del parámetro autorregresivo  $\rho$ , denotado como  $\hat{t}_\rho$ , para probar la hipótesis nula de raíz unitaria. Para realizar la prueba de raíz unitaria, con base en Rudebush (1992) y Diebold y Senhadji (1996), simulamos la distribución y obtenemos la densidad empírica del estadístico  $\hat{t}_\rho$ , tanto con la hipótesis de que el verdadero modelo es estacionario en tendencia con  $m$  transiciones [ $I(0) + m$  cambios, denotado como  $ET_m$ ], como con la hipótesis de que el verdadero modelo es estacionario en diferencias [ $I(1)$ ,

<sup>14</sup> Aunado a esto, además del número de funciones de transición por estimar, el costo computacional también depende de la rapidez de convergencia de la estimación no lineal de los parámetros.

denotado como  $ED$ ]. Una vez simuladas las dos distribuciones, se compara la posición en que el estimador muestral del estadístico  $t$  para probar la hipótesis de raíz unitaria, cae relativo a las densidades empíricas simuladas ( $ET_m$  y  $ED$ ). Específicamente, las hipótesis que se consideran son:<sup>15</sup>

$$ET_m: y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \vartheta_t \quad (6)$$

en la que

$$\vartheta_t = \rho \vartheta_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta \vartheta_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \rho < 1 \quad (6.1)$$

$$ED: \Delta y_t = \kappa + \sum_{i=1}^k \varphi_i \Delta y_{t-i} + \eta_t \quad (7)$$

Con el modelo  $ET_m$ ,  $y_t$  fluctúa estacionariamente alrededor de una tendencia lineal determinista perturbada por  $m$  cambios estructurales (transiciones suaves), mientras que con el modelo  $ED$ ,  $y_t$  sigue un proceso de raíz unitaria con deriva (o constante).<sup>16</sup>

Para discriminar entre los modelos  $ET_m$  y  $ED$ , para cada valor de  $m = 1, 2, 3, 4$ , se simula la distribución de  $\hat{t}_\rho$  con las hipótesis de que el verdadero modelo es  $ET_m$  y  $ED$ ; en ambos casos las distribuciones son estimadas de los datos, utilizando el método de remuestreo.

Para simular la distribución del estadístico  $\hat{t}_\rho$  con el modelo  $ET_m$  se siguen los siguientes pasos.

A. Estimación de los parámetros para el modelo  $ET_m$ : A1. Se estima la ecuación (6) por mínimos cuadrados no lineales, y se calcula la serie ajustada,  $\hat{y}_t$  y los residuales de la regresión,  $\hat{\vartheta}_t$ . A2. Utilizando  $\hat{\vartheta}_t$  se estima (5) por MCO, se obtienen los parámetros estimados ( $\hat{\rho}$  y  $\hat{\delta}_i$ ) y se calculan los residuales de esta regresión,  $\hat{\varepsilon}_t$ .

B. Simulación de la densidad empírica: B1. Usando las primeras  $k + 1$  observaciones de  $\hat{\vartheta}_t$  como condiciones iniciales, los parámetros estimados en el paso (A2.), y con residuales escogidos aleatoriamente con remplazo [ $\hat{\varepsilon}_t$ ,

<sup>15</sup> El modelo  $ET_m$  se presenta para la función logística generalizada  $G_{tj}$ . Para el caso de la función simétrica, simplemente se sustituye  $G_{tj}$  por  $S_{tj}$ .

<sup>16</sup> Nótese que el estadístico  $\hat{t}_\rho$  estimado a partir de (5) es invariante respecto a componentes deterministas, por lo que la inclusión o no de una constante en (7) no afecta el resultado de la inferencia. De hecho, los resultados que se presentan más adelante en el cuadro 2, respecto a la inferencia en la presencia de una raíz unitaria, no cambian si eliminamos de (7) el parámetro. Sobre este tema véase Perron (1989), p. 1393.

de la ecuación (5)] se genera una muestra de  $\hat{\vartheta}_t$  como en la ecuación (6.1), que llamaremos  $\hat{\vartheta}_t^+$ . B2. Se genera una muestra de  $y_t$  como:  $y_t^+ = \hat{y}_t + \hat{\vartheta}_t^+$ . B3. Utilizando la serie generada  $y_t^+$ , se estima por MCO la ecuación (6) (no se estima por MCNL, pues ya se conoce la localización y duración de las transiciones), y se calcula los residuales de esta regresión. B4. Sobre estos residuales se realiza la regresión tipo DFA, ecuación (5), y se obtiene el valor del estadístico de prueba  $\hat{t}_\rho$ , para probar la hipótesis nula  $\rho = 0$ . B5. Los pasos B1-B4 se repiten 10 mil veces, y los correspondientes 10 mil valores del estadístico de prueba  $\hat{t}_\rho$  son usados para construir la función de densidad empírica de este estadístico con el modelo  $ET_m$ , llamada  $f_{ET_m}(t_\rho)$ ,  $m = 1, 2, 3, 4$ .

La simulación de la distribución del estadístico  $\hat{t}_\rho$  con el modelo  $ED$  sigue los siguientes pasos.

C. Estimación de los parámetros para el modelo  $ED$ : C1. Se estima la ecuación (7) por MCO, se obtiene los parámetros estimados ( $\hat{\kappa}$  y  $\hat{\varphi}_i$ ) y se calcula los residuales de esta regresión,  $\hat{\eta}_t$ .

D. Simulación de la densidad empírica: D1. Usando las primeras  $k + 1$  observaciones de  $y_t$  como condiciones iniciales, los parámetros estimados en el paso C1, y utilizando residuales escogidos aleatoriamente con remplazo [ $\hat{\eta}_t$  de la ecuación (7)] se genera una muestra de  $y_t$  con base en la ecuación (7), que llamaremos  $y_t^*$ . Se estima por MCO la ecuación (6) utilizando la serie  $y_t^*$  (no se estima por mínimos cuadrados no lineales, pues ya se conoce la localización y duración de las transiciones), y se calcula los residuales de esta regresión. D3. Sobre estos residuales se realiza la regresión tipo DFA, ecuación (5), y se obtiene el valor del estadístico de prueba  $\hat{t}_\rho$ , para probar la hipótesis nula  $\rho = 0$ . D4. Los pasos de D1-D3 se repiten 10 mil veces, y los correspondientes 10 mil valores del estadístico de prueba  $\hat{t}_\rho$  son usados para construir la función de densidad empírica de este estadístico con el modelo  $ED$ , llamada  $f_{ED}(\hat{t}_\rho)$ .

Por último, se obtiene la posición en la que el estimador muestral del estadístico  $t$  ( $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$ ) para probar la raíz unitaria, cae relativo a las densidades empíricas simuladas. Estas posiciones son calculadas como la masa de probabilidad a la izquierda de  $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$ , denotadas como  $p_{ET_m} \equiv Pr[\hat{t}_\rho \leq \hat{t}_{\rho \text{ muestral}} | f_{ET_m}(\hat{t}_\rho)]$ , y  $p_{ED} \equiv Pr[\hat{t}_\rho \leq \hat{t}_{\rho \text{ muestral}} | f_{ED}(\hat{t}_\rho)]$ . Se concluye en favor de alguna especificación  $ET_m$  cuando se tiene que  $p_{ED} \leq 0.10$  y  $0.10 < p_{ET_m} < 0.90$ .<sup>17</sup>

<sup>17</sup> Este procedimiento se utiliza también en Noriega, Soria y Velázquez (2008).

## II. DATOS

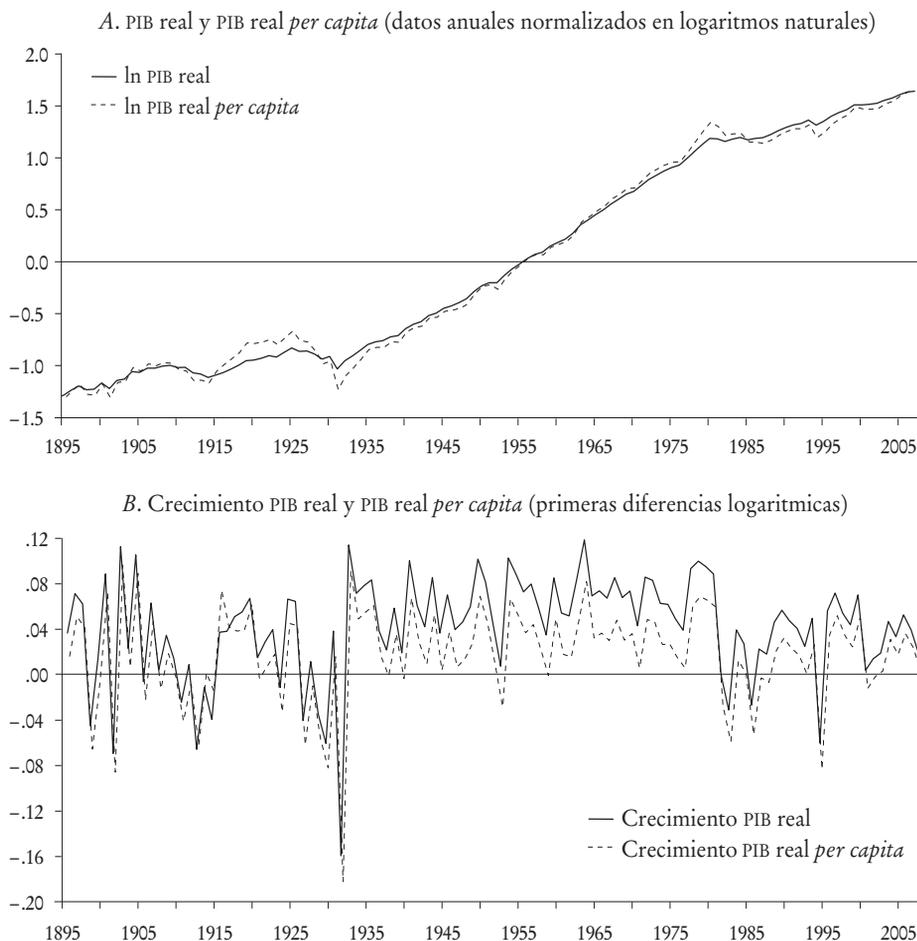
Las series de datos anuales del PIB real y real *per capita* son tomadas de Barro y Ursúa (2008, 2009), quienes con base en las tasas de crecimiento de los cinco mayores sectores de la economía (agricultura, minería, energía, transformación y servicios) construyen la información para el periodo de la Revolución Mexicana entre 1911 y 1920. Para este estudio, se actualiza esta base de datos (originalmente para 1895-2006) hasta el año 2008. En el apéndice 1 se muestra los pormenores de la actualización.

En la gráfica 3 se presenta los datos tanto en logaritmos (parte A) como en primeras diferencias (parte B). Como se puede apreciar en esta gráfica (en particular en la parte B), las series muestran al menos tres pautas de crecimiento diferenciadas. En la primera, que comprende desde el comienzo de la muestra hasta principios de 1930, se observa una senda de crecimiento muy errático en ambas series, alternando entre tasas de crecimiento positivas y negativas. El segundo periodo, que dura aproximadamente 50 años, abarca de mediados del decenio de los treinta hasta principios de los ochenta, y es caracterizado por tasas de crecimiento invariablemente positivas, que en algunos años incluso llegaron a alcanzar tasas superiores a 10% en el caso del PIB real, y presenta una tasa promedio de aproximadamente 6 y 3%, para el PIB real y real *per capita*, respectivamente. Finalmente, de principios de los años ochenta y hasta el final de la muestra se observa una pauta de crecimiento baja, afectado principalmente por el estancamiento de la mayor parte de los años ochenta, la crisis de 1994-1995 y la desaceleración de principios del decenio del 2000. En estos últimos años, en promedio se observan tasas de crecimiento para el PIB real y real *per capita* de 3 y 1%, respectivamente.

Uno de los objetivos del presente trabajo es precisamente darle mayor precisión a la identificación de las posibles sendas de crecimiento de las series del producto y producto *per capita* de México a lo largo de la muestra.

## III. RESULTADOS EMPÍRICOS

Como punto de partida para el análisis empírico comenzamos aplicando pruebas de la hipótesis nula de raíz unitaria, que se contrasta contra la otra hipótesis de que las series siguen una tendencia lineal sin cambios estructurales. Estas pruebas servirán como marco de referencia (*benchmark*), con-

GRÁFICA 3. PIB *real* y PIB *real per capita* (1895-2008)

tra los cuales compararemos los resultados (presentados líneas abajo) de la aplicación de la prueba de raíz unitaria permitiendo con la otra hipótesis que la tendencia se modele utilizando cambios estructurales múltiples en la forma de transiciones suaves.

### 1. Pruebas de raíz unitaria sin cambios estructurales

Se presenta los resultados de las pruebas de Ng y Perron (2001) que tienen la hipótesis nula de una raíz unitaria (los nombres de estas pruebas son *MZa*, *MZt*, *MSB* y *MPT*). Como sugieren Perron y Qu (2007), la prueba se

realiza eligiendo el número de rezago óptimo por incluir usando el criterio modificado de Akaike (MAIC), ya que al emplear este criterio de información modificado se mejora el poder de la prueba en muestras finitas.

El cuadro 1 presenta los resultados de la aplicación de las pruebas de raíz unitaria de Ng-Perron (utilizando el MAIC), en el contexto de la metodología propuesta por Pantula (1989), para determinar el número de raíces unitarias presentes en cada serie. Ésta consiste en un procedimiento secuencial asintóticamente congruente para probar la hipótesis nula de  $H_r$ : exactamente  $r$  raíces unitarias, contra la opción de  $H_r - 1$ : exactamente  $(r - 1)$  raíces unitarias, con  $r = n, \dots, d + 1, d$ , en que  $n(\geq d)$  es un número máximo de raíces unitarias que se supone que está presente en los datos, y  $d$  es el verdadero número de raíces unitarias en los datos. Pantula (1989) sugiere que la hipótesis debe ser probada de manera secuencial en el orden  $H_n, H_{n-1}, \dots, H_d$ .<sup>18</sup> Aquí suponemos que el máximo número posible de raíces unitarias presentes en los datos es de dos. Basados en los resultados de Pantula (1989), las hipótesis deben ser probadas secuencialmente en el orden  $H_2$  y  $H_1$ . El componente determinista se modifica según sea el número de raíces que están siendo probadas. Así, en el caso  $H_2$  contra  $H_1$ , se incluye sólo intercepto, mientras que en el caso  $H_1$  contra  $H_0$  se incluye intercepto y pendiente de la tendencia lineal.<sup>19</sup> Estos resultados son resumidos en el cuadro 1, en el que se deja en cinco el rezago máximo empleado,  $k_{max}$ .

CUADRO 1. Resultados de las pruebas de Ng-Perron<sup>a</sup>

(Muestra: 1895-2008,  $T = 114$ ,  $k_{max} = 5$ )

	$H_0$ :	$k^*$	MZa	MZt	MSB	MPT
PIB real	$I(2)$	2	-17.669***	-2.965***	0.168***	1.414 ***
	$I(1)$	2	-2.504	-1.108	0.442	35.959
PIB real <i>per capita</i>	$I(2)$	2	-21.585***	-3.281***	0.152***	1.149 ***
	$I(1)$	2	-5.207	-1.608	0.309	17.479

<sup>a</sup>  $k^*$  es elegido de acuerdo con Perron y Qu (2007).

\*\*\*, \*\* y \* significan rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1, 5 y 10%, respectivamente.

Para ambas series la inferencia que se desprende de estas pruebas es la misma: se rechaza la presencia de dos raíces unitarias (al nivel de 1%), y no se rechaza la presencia de una raíz unitaria. De esta manera, podemos con-

<sup>18</sup> Este procedimiento está basado en los resultados de Dickey y Pantula (1987), en el que se observa empíricamente que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula de una raíz unitaria ( $H_1$ ) contra la opción de estacionariedad ( $H_0$ ) se incrementa con el número de raíces unitarias presentes.

<sup>19</sup> Mediante una inspección gráfica y estimaciones previas se verificó si las pruebas deberían incluir como componente determinista constante o constante y tendencia.

cluir que las series del PIB real y del PIB real *per capita* son no estacionarias y a lo más tienen una raíz unitaria. Esta es la conclusión a la que se llegaría cuando la otra hipótesis es modelada como una simple tendencia lineal. Sin embargo, como mostramos líneas abajo, las conclusiones cambian diametralmente cuando permitimos la presencia de posibles cambios estructurales múltiples en la función de tendencia determinista para ambas series.

## 2. Raíces unitarias contra transiciones suaves múltiples

En esta subsección se presentan los resultados de las pruebas de raíz unitaria cuando permitimos la estimación de transiciones suaves múltiples para el PIB real y PIB real *per capita* de México. En el cuadro 2 se resume los principales resultados, que nos permiten discriminar entre los modelos estacionario en diferencias (*ED*) y estacionario en tendencia con  $m = 0, 1, 2, 3$  y 4 transiciones suaves ( $ET_m$ ). La primera columna indica el número de transiciones permitidas en la función de tendencia lineal,  $m$ . La columna dos muestra el rezago elegido,  $k^*$ , en la estimación de la ecuación (5). Según Ng y Perron (1995), el rezago óptimo se elige de acuerdo con su significancia. Específicamente, se empieza por fijar un número máximo arbitrario de rezagos,  $k_{max}$ ; cuando el coeficiente estimado del  $k_{max}$ -ésimo rezago es no significativo, se estima un modelo con  $k_{max} - 1$  rezago; si el último vuelve a ser no significativo, se estima un nuevo modelo con  $k_{max} - 2$  rezagos. Así se continúa hasta encontrar el primer rezago significativo,  $k^*$ . Como en la subsección anterior se deja  $k_{max} = 5$ .<sup>20</sup> En la tercera columna se presenta el estadístico  $t$  para probar la hipótesis nula de raíz unitaria,  $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$ . La masa de probabilidad a la izquierda de  $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$ , en cada una de las especificaciones simuladas,  $p_{ET_m}|ET_m$  y  $p_{ED}|ED$ , es presentada en las últimas dos columnas del cuadro. Estos resultados son ordenados en seis bloques. Primeramente se muestran los resultados para el PIB real con  $m = 0$  (parte A), después cuando se permite la asimetría en las funciones de transición (parte B), y para finalizar cuando se usan las funciones simétricas para estimar las transiciones (parte C). Similarmente las partes D, E y F resumen los resultados para el PIB real *per capita*.

En la parte A del cuadro 2 se complementa las pruebas presentadas en el

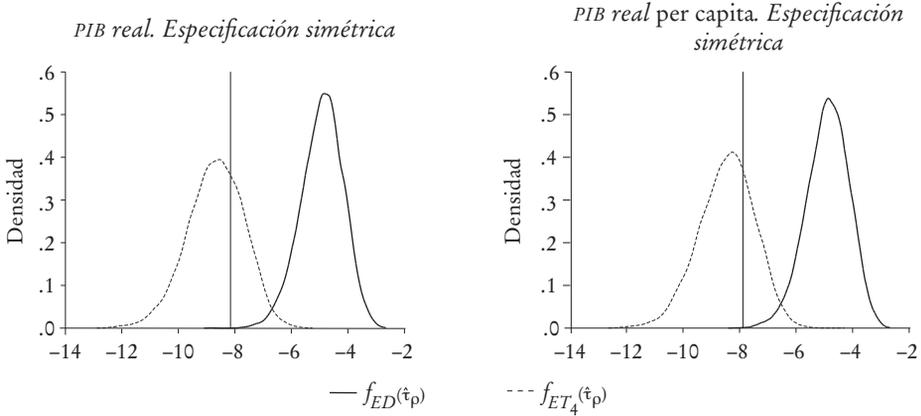
<sup>20</sup> Ninguno de los resultados en el cuadro 2 se modifica, si en vez de elegir el rezago óptimo,  $k^*$ , de acuerdo con el nivel de significancia de 10%, se elige utilizando algunos de los criterios de información de Akaike, Schwarz o Hannan-Quinn.

CUADRO 2. Modelos ED contra modelos ET que permiten hasta cuatro transiciones suaves, simétricas y asimétricas

m	k*	$\hat{\tau}_{\rho}$ muestral	$p_{ED}$	$p_{ET_m}$
<i>PIB real</i>				
A. 0	2	-1.933	0.637	0.782
B. Especificación de las transiciones que permite asimetría: $G_t(\tau, \gamma, \theta)$				
1	3	-4.438	0.040	0.769
2	3	-5.692	0.011	0.763
3	0	-5.963	0.016	0.947
4	3	-6.651	0.012	0.821
C. Especificación simétrica de las transiciones: $S_t(\tau, \gamma) = G_t(\tau, \gamma, \theta = 1)$				
1	3	-4.477	0.041	0.748
2	3	-4.973	0.095	0.835
3	3	-5.923	0.018	0.812
4	3	-8.153	0.000	0.687
<i>PIB real per capita</i>				
D. 0	2	-2.079	0.562	0.800
E. Especificación de las transiciones que permite asimetría: $G_t(\tau, \gamma, \theta)$				
1	3	-4.258	0.065	0.808
2	2	-4.734	0.095	0.877
3	0	-6.563	0.003	0.893
4	0	-6.553	0.009	0.937
F. Especificación simétrica de las transiciones: $S_t(\tau, \gamma) = G_t(\tau, \gamma, \theta = 1)$				
1	3	-4.388	0.049	0.778
2	2	-4.774	0.100	0.872
3	0	-6.801	0.001	0.889
4	3	-7.878	0.000	0.708

cuadro 1: en el caso en que la otra hipótesis se modela como una tendencia lineal, no se puede discriminar entre las dos hipótesis puesto que no se puede rechazar la nula,  $p_{ED} > 0.10$ , ni la opción,  $0.10 < p_{ET_0} < 0.90$ . Al mismo tiempo, el cuadro 2 muestra que para el PIB real, el modelo ED (de raíz unitaria) es rechazado ( $p_{ED} < 0.10$ ) para cualquier número positivo de transiciones estimadas,  $m$ , y sin importar si las transiciones son modeladas de manera simétrica o permitiendo asimetría. De hecho la especificación que permite cuatro transiciones (cambios estructurales) modeladas con la función simétrica, es la que rechaza el modelo ED con más fuerza ( $p_{ED} = 0.000$ ). Además, para este mismo modelo,  $p_{ET_4}$  es la más cercana a la mitad de la distribución empírica. En la parte izquierda de la gráfica 4 se muestra las distribuciones empíricas para esta especificación, junto con el correspondiente valor estimado del estadístico de prueba  $\hat{\tau}_{\rho \text{ muestral}} = -8.153$ . Como se observa, el valor del estadístico,  $\hat{\tau}_{\rho \text{ muestral}}$  se encuentra muy cerca de la mitad de la distribución  $f_{ET_4}(\hat{\tau}_{\rho})$ , mientras que éste se encuentra muy

GRÁFICA 4. *Funciones de distribución empírica modelos ET<sub>4</sub> y ED, m = 4*



alejado en la cola izquierda de la distribución muestral con la hipótesis de raíz unitaria, que corresponde al modelo ED. Por tanto, estos resultados sugieren que se puede rechazar la hipótesis de una raíz unitaria para el PIB real, en favor de un modelo estacionario en tendencias con cuatro cambios estructurales modelados como transiciones suaves simétricas.

Los resultados para el PIB real *per capita* son prácticamente iguales, por lo que omitimos su análisis. La representación gráfica de estos resultados se muestra en la parte derecha de la gráfica 4. Al igual que en el caso del PIB real, la especificación con cuatro transiciones simétricas es la que rechaza con más fuerza el modelo ED, y en la cual  $p_{ET_4}$  es la más cercana a la mitad de la distribución empírica.

La gráfica 4 muestra cómo, para ambas variables, es mucho más probable que el valor muestral del estadístico  $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$  haya sido generado por un proceso estacionario en tendencias con cuatro transiciones suaves, que por un proceso de raíz unitaria.

En el cuadro 3 se presenta los valores estimados de los parámetros de las funciones de transición para las ocho diferentes especificaciones consideradas para cada serie. La columna uno hace referencia a la variable considerada. La segunda columna indica el número de funciones de transición introducidas en la ecuación (1), mientras que la tercera columna enumera y distingue entre la función logística de transición simétrica [ $S_{ij}(\tau_j, \gamma_j) = G_{ij}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j = 1)$ ] y la función logística generalizada que permite asimetría [ $G_{ij}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j)$ ]. Los valores estimados de las funciones de transición se presentan de la cuarta a la sexta columna. Las últimas tres columnas muestran las fechas de los

CUADRO 3. *Estimación de las funciones de transición*(Muestra: 1895-2008,  $T = 114$ )

	m		$G_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j, \hat{\theta}_j)$			Transición implícada				
			$\hat{\gamma}_j$	$\hat{\tau}_j$	$\hat{\theta}_j$	$P_i$	Inflexión	Pf		
PIB real	1	$G_{t1}$	-0.013	0.458***	0.079	1920	1931	2462		
	2	$G_{t1}$	0.093	0.349***	0.619	1884	1937	1961		
	3	$G_{t2}$	-0.130	0.763***	0.006	1981	1981	2016		
		$G_{t1}$	0.511	0.170***	0.219	1904	1914	1915		
		$G_{t2}$	-0.149***	0.290***	0.040	1927	1926	1958		
	4	$G_{t3}$	-0.082	0.774***	0.004	1982	1982	2038		
		$G_{t1}$	0.626	0.170***	0.330	1906	1914	1915		
		$G_{t2}$	0.697	0.320***	0.432	1924	1931	1933		
		$G_{t3}$	6.236	0.486	0.575	1949	1950	1950		
	PIB real per capita	1	$S_{t1}$	0.105***	0.565***	—	1915	1958	2002	
		2	$S_{t1}$	1.350**	0.321***	—	1927	1931	1934	
			$S_{t2}$	0.219***	0.684***	—	1951	1972	1993	
		3	$S_{t1}$	1.087***	0.163***	—	1908	1913	1917	
			$S_{t2}$	0.836***	0.313***	—	1924	1930	1935	
		4	$S_{t3}$	0.224***	0.686***	—	1952	1972	1993	
			$S_{t1}$	1.123***	0.162***	—	1908	1912	1917	
			$S_{t2}$	0.943***	0.312***	—	1925	1930	1934	
			$S_{t3}$	4.844	0.522***	—	1953	1954	1954	
		PIB real per capita	1	$S_{t4}$	1.064***	0.782***	—	1979	1983	1987
			1	$G_{t1}$	-0.001	0.452***	0.004	1925	1926	8349
2			$G_{t1}$	-0.878	0.313***	0.745	1926	1929	1935	
	$G_{t2}$		-0.124	0.771***	0.005	1982	1982	2019		
3	$G_{t1}$		0.473	0.167***	0.150	1903	1914	1914		
	$G_{t2}$		0.477	0.316***	0.535	1920	1931	1935		
	$G_{t3}$		-0.104	0.773***	0.008	1982	1982	2026		
4	$G_{t1}$		0.561	0.161***	0.085	1904	1913	1913		
	$G_{t2}$		-0.453**	0.300***	0.366	1925	1927	1938		
	$G_{t3}$		-1.126	0.783***	0.656	1981	1983	1987		
	$G_{t4}$		-4.500	0.895	0.120	1996	1996	1997		
1	$S_{t1}$		0.136***	0.579***	—	1926	1960	1994		
2	$S_{t1}$		1.126***	0.316***	—	1926	1930	1934		
	$S_{t2}$		1.112*	0.796***	—	1981	1985	1989		
3	$S_{t1}$		16.730	0.158	—	1912	1912	1912		
	$S_{t2}$		0.654***	0.307***	—	1922	1929	1936		
	$S_{t3}$		1.094**	0.795***	—	1980	1985	1989		
4	$S_{t1}$		1.512*	0.156***	—	1909	1912	1915		
	$S_{t2}$		0.833***	0.305***	—	1923	1929	1934		
	$S_{t3}$		4.678	0.512***	—	1951	1952	1953		
	$S_{t4}$	0.894***	0.791***	—	1979	1984	1989			

\*\*\*, \*\* y \* significa rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1, 5 y 10%, respectivamente.

periodos (redondeados) de inicio, inflexión y finalización de la transición implicada por las funciones de transición estimadas, calculados como se explica en la sección I.<sup>21</sup>

Primero, nótese que cuando se usa la función logística generalizada, en ninguno de los casos el parámetro de asimetría,  $\hat{\theta}_j$ , es significativamente distinto de 0 al menos a un nivel de 10%. La velocidad de transición,  $\hat{\gamma}_j$ , con excepción de un par de casos tampoco es estadísticamente distinta de 0 en las distintas estimaciones. Nótese, sin embargo, que esta ausencia de significancia de la velocidad de transición se elimina cuando las transiciones son modeladas con la función logística simétrica,  $S_{ij}(\cdot)$ . De hecho, sólo cuando las estimaciones son casi instantáneas el parámetro  $\hat{\gamma}_j$  no puede rechazar estadísticamente que es 0. Al respecto, Greenaway, Leybourne y Sapsford (1997), pp. 801, explican que “este fenómeno es porque un gran número de valores estimados de  $\gamma$  llevan a valores muy similares de  $S_i(\cdot)$ . Las consecuencias en la práctica de esto es que los errores estándar de la estimación de MCNL de  $\gamma$  pueden aparecer artificialmente grandes y por tanto no deben de ser de manera forzo tomados como indicador de la insignificación de la estimación”.<sup>22</sup> El único parámetro que con regularidad resulta significativo en las especificaciones de las transiciones con la función logística generalizada es el parámetro de ubicación,  $\hat{\tau}_j$ .

Por otra parte, es de destacar que cuando se incluye un número reducido de cambios estructurales modelados por las funciones de transición suave, las transiciones son extraordinariamente largas para ambas variables. Para el PIB real y real *per capita*, con  $m = 1, 2$  y 3 con  $G_{ij}(\cdot)$ , y  $m = 1$  con  $S_{ij}(\cdot)$ , se tienen valores estimados de la velocidad de transición,  $\gamma_j$ , muy pequeños. Esto provoca larguísimos periodos de transición, que simplemente parecen carecer de sentido económico alguno.<sup>23</sup> Por ejemplo, para el PIB real con una transición modelada por  $G_{ij}(\cdot)$ , la estimación implica una transición asimétrica ( $\hat{\theta}_1 = 0.079$ ) que inicia en 1920 y termina en 2462. En contraparte, para el PIB real con  $m = 4$ , con cualquiera de las funciones de transición

<sup>21</sup> Hay que advertir que la medición de los valores en que inicia, finaliza y cambia de concavidad la función de transición estimada, no forzosamente arroja valores enteros. Con fines de una mejor interpretación de las transiciones en el cuadro 3, se presenta los años correspondientes a los periodos después de ser redondeados.

<sup>22</sup> Traducción nuestra.

<sup>23</sup> Esto puede ser resultado de un sesgo debido a una mala especificación del modelo, es decir, de permitir menos cambios estructurales de los que realmente se encuentran presentes en las series, o sea, sesgo por omisión de variable.

$[G_{ij}(\cdot)$  y  $S_{ij}(\cdot)]$ , y para el PIB real *per capita* con  $m = 4$  con  $G_{ij}(\cdot)$ , y  $m = 2, 3$  y 4, utilizando  $S_{ij}(\cdot)$ . Los resultados tienen más sentido con el desempeño de la economía mexicana a lo largo de la muestra considerada.

En suma, dada la evidencia mostrada en el cuadro 3 acerca de las transiciones estimadas para las distintas especificaciones, y la conclusión en favor de los modelos estacionarios en tendencia extraída del cuadro 2, se decide en favor de la especificación con cuatro transiciones simétricas tanto para el PIB real como para el PIB real *per capita*. Por tanto, de aquí en adelante nos enfocaremos en los resultados de estas especificaciones.<sup>24</sup> Sin embargo, notemos que los resultados en el apéndice 2 muestran que para el PIB real el primer cambio de pendiente [ $\beta_1$ , en la ecuación (1)], no resulta significativo al nivel de significancia de 10%. Lo mismo ocurre para el segundo cambio de pendiente [ $\beta_2$ , en la ecuación (1)] en el caso del PIB real *per capita*. Esto significa que tanto el primer cambio para el producto real, como el segundo para el *per capita*, son solamente de nivel, y no de nivel y pendiente. Los otros tres cambios en cada variable parecen ser cambios tanto de nivel como de pendiente.

Dado este resultado, decidimos estimar una versión restringida de estas especificaciones. Así, se estima la ecuación (4) con  $m = 4$ , empleando la función logística simétrica  $S_{ij}(\tau_j, \gamma_j)$  para modelar cada transición, restringiendo  $\beta_1 = 0$  para el PIB real, y  $\beta_2 = 0$  para el PIB real *per capita*.<sup>25</sup>

Los resultados de la estimación de estas especificaciones restringidas son resumidos en los cuadros 4 y 5. El cuadro 4 presenta la estimación por MCNL de la ecuación (1) con las restricciones mencionadas para cada variable. En la parte superior se presenta las principales medidas de evaluación de la ecuación estimada, mientras que en la inferior se presenta los valores estimados de los parámetros y su significancia.

Nótese que al comparar los resultados de la parte superior del cuadro 4 con los presentados en el cuadro A2 del apéndice, la especificación restrin-

<sup>24</sup> En el apéndice 2 se presenta todos los resultados de la estimación de la ecuación (4), para las ocho distintas especificaciones de cada variable. Adviértase en el cuadro A2 que los tres criterios de información presentados (AIC, BIC y HQC) coinciden en “escoger” la especificación con cuatro transiciones suaves simétricas, tanto para el PIB real como para el *per capita*. Tanto estos resultados como los analizados en el párrafo anterior nos permiten concluir que no debería de existir el problema de sobreajuste (*overfitting*).

<sup>25</sup> Otra posible opción sería plantear una especificación que combine a las dos funciones de transición  $G_i(\cdot)$  y  $S_i(\cdot)$ , tal que algunas transiciones sean simétricas mientras otras permitan la posibilidad de asimetría. Sin embargo, esta posibilidad se relega para una investigación futura debido a los costos computacionales que son analizados en la sección de metodología, puesto que en el caso de considerar cuatro transiciones se tendrían que estimar 2<sup>4</sup> especificaciones para poder elegir con algún criterio la mejor especificación.

CUADRO 4. Resultados de la estimación restringida con  $m = 4^a$ 

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j S_{tj}(\tau_j, \gamma_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t S_{tj}(\tau_j, \gamma_j) + \vartheta_t$$

	PIB real	PIB real per capita
<i>EE</i>	0.030	0.032
<i>SRC</i>	0.089	0.102
<i>AIC</i>	4.022	-3.880
<i>BIC</i>	-3.614	-3.472
<i>HQC</i>	-3.856	-3.714
$\alpha_0$	25.723***	9.330***
$\alpha_1$	-0.312***	-0.422***
$\alpha_2$	-1.22***	-0.5***
$\alpha_3$	-0.759***	-0.399***
$\alpha_4$	2.964***	1.468***
$\beta_0$	0.03***	0.017***
$\beta_1$	—	0.0119***
$\beta_2$	0.022***	—
$\beta_3$	0.013***	0.006***
$\beta_4$	-0.036***	-0.019***

<sup>a</sup> *EE*, error estándar de la regresión; *SRC*, suma de residuales al cuadrado; *AIC*, *BIC* y *HQC*, se refieren a los criterios de información de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn, respectivamente.

\*\*\*, \*\* y \* rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1, 5 y 10% respectivamente.

gida para el PIB real y real *per capita*, resulta mejor que el resto de las especificaciones estimadas en términos de los criterios de información AIC, BIC y HQC. Además todos los parámetros resultan estadísticamente distintos de 0 al nivel del 1 por ciento.

En el cuadro 5 se presenta los valores estimados de los parámetros de las funciones de transición y los años correspondientes de las transiciones para cada una de las series. Comparando estos resultados con los obtenidos de las estimaciones del modelo no restringido (véase cuadro 3), podemos apreciar que no existen modificaciones importantes en la ubicación y duración de las transiciones. Los valores estimados del parámetro de ubicación,  $\tau_j$ , sólo difieren en milésimas, mientras que en el caso de la duración de la transición las diferencias son mínimas entre los modelos restringidos y no restringidos. Las diferencias observadas de a lo más un año en las fechas de inicio y final de la transición, se deben a una diferencia de decimales en el cálculo de los periodos. Para observar esto, considérese la tercera transición del modelo no restringido del PIB real en el que el periodo (y no año) final de la transición es 60.451, mientras que el periodo final del restringido

CUADRO 5. *Estimación de las funciones de transición*(Muestra: 1895-2008,  $T = 114$ )

	m	$S_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j)$		Transición implícada			
		$\hat{\gamma}_j$	$\hat{\tau}_j$	Pi	Inflexión	Pf	
PIB real	4	$S_{t1}$	1.129***	0.160***	1908	1912	1916
		$S_{t2}$	1.021***	0.314***	1925	1930	1934
		$S_{t3}$	5.681	0.524***	1953	1954	1955
		$S_{t4}$	1.048***	0.782***	1979	1983	1988
PIB real <i>per capita</i>	4	$S_{t1}$	1.500**	0.156***	1909	1912	1915
		$S_{t2}$	0.808***	0.305***	1923	1929	1934
		$S_{t3}$	6.135	0.512***	1952	1952	1953
		$S_{t4}$	0.900***	0.791***	1979	1984	1989

\*\*\*, \*\* y \* Rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1, 5 y 10%, respectivamente.

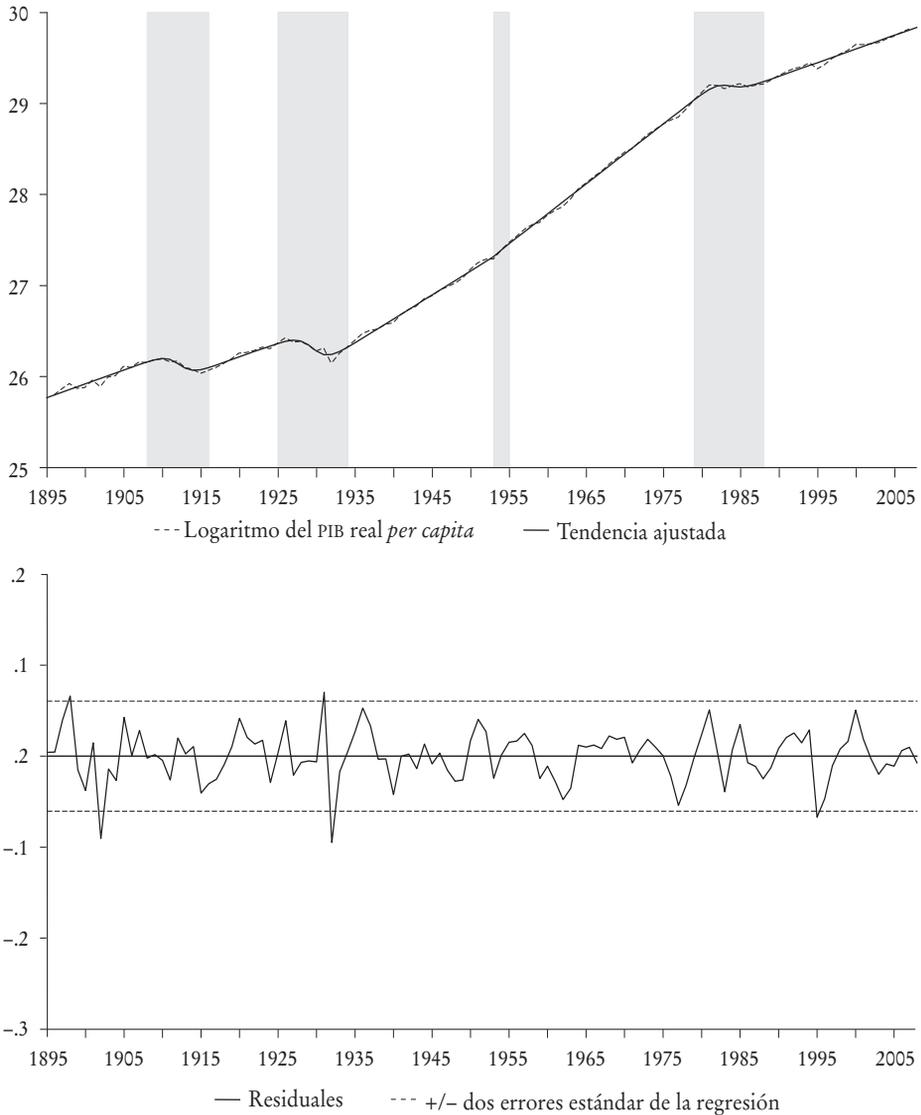
ocurre en el periodo 60.504, por lo que las diferencias observadas en las fechas en el cuadro 5 se deben básicamente al redondeo de las cifras. Realizamos también la estimación de la matriz de covarianza utilizando errores estándar congruentes con autocorrelación y heteroscedasticidad (llamados errores estándar HAC por sus siglas en inglés), sin encontrar ningún cambio cualitativo. Esto es, la inferencia que se desprende de utilizar estos errores estándar es idéntica a la presentada en los cuadros 3, 4, 5 y A2.

Las gráficas 5 y 6 presentan los resultados de la estimación del PIB real y PIB real *per capita* de México, respectivamente. En la parte superior de las gráficas se presenta la serie original (en logaritmos) junto a la serie ajustada con cuatro transiciones simétricas, en las que las áreas sombreadas corresponden a las etapas de transición presentadas en el cuadro 5.<sup>26</sup> En estas gráficas es posible apreciar el buen ajuste que realizan las especificaciones de la tendencia lineal afectada por cuatro transiciones simétricas. Los residuales extraídos de la estimación, y sobre los cuales es aplicada la prueba tipo DFA en la etapa 2 de la metodología, se muestran en la parte inferior de las gráficas. En ambos casos, visualmente los residuales lucen como procesos estacionarios. Estos residuales pueden interpretarse como el ciclo económico o ciclo de negocios en México.

En torno de este asunto de la estacionariedad, en el cuadro 6 y gráfica 7

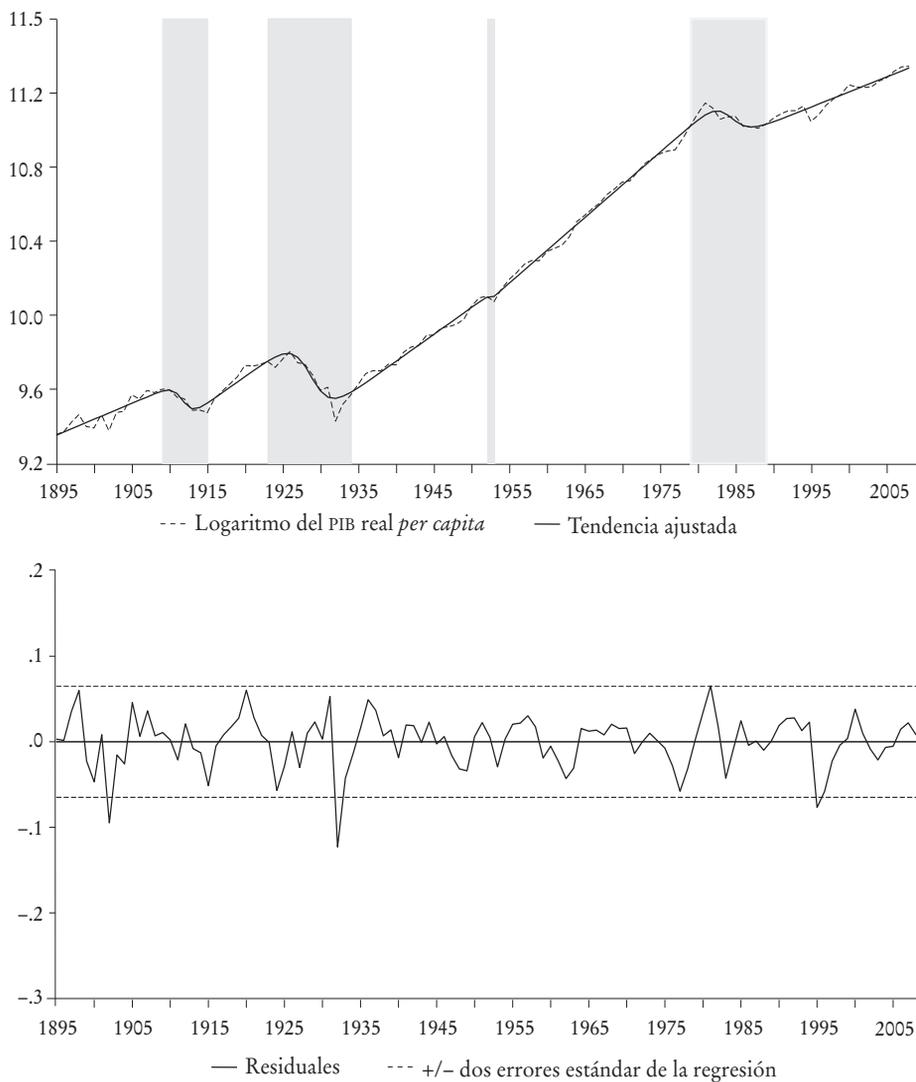
<sup>26</sup> Note que, por ejemplo, a pesar de que la transición presentada para ambas series entre los decenios de los veinte y treinta, pudiera parecer excesivamente larga, y de hecho ser interpretada como un régimen de crecimiento negativo en sí mismo, como se argumenta líneas abajo, el periodo 1921-1935 está marcado por un conjunto de reformas institucionales orientadas a la reconstrucción económica de México. Más bien, fue precisamente este periodo de transición (reconstrucción) el que permitió alcanzar una tasa de crecimiento significativamente mayor en el producto real a partir de mediados de los años treinta.

GRÁFICA 5. *Estimación (restringida) de cuatro transiciones simétricas: PIB real*



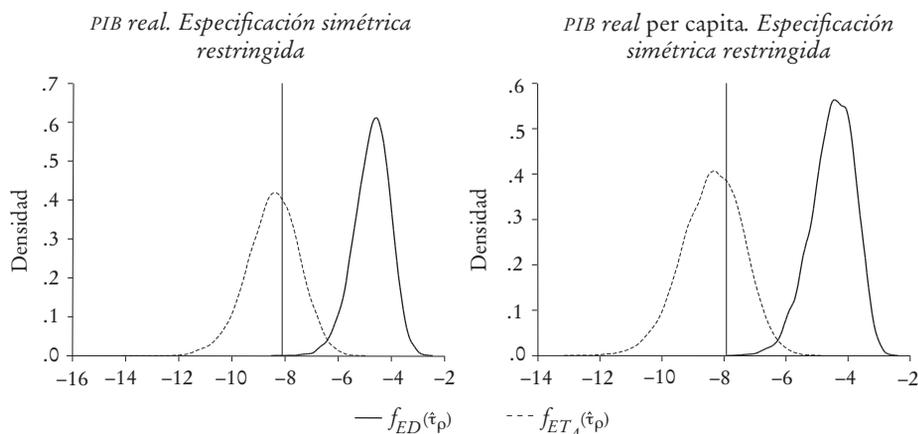
se presenta los resultados de aplicar la segunda etapa de la metodología a las especificaciones restringidas. En el cuadro 6 observamos cómo al imponer la restricción de  $\beta_1 = 0$  para la especificación del PIB real, y de  $\beta_2 = 0$  para la del real per capita, se mantiene el rechazo del modelo estacionario en diferencias ( $p_{ED} < 0.10$ ), mientras que la probabilidad de que la especificación

GRÁFICA 6. *Estimación (restringida) de cuatro transiciones simétricas: PIB real per capita*



CUADRO 6. *Modulos ED contra modelos ET restringidos que permiten cuatro transiciones suaves simétricas*

	m	k*	$\hat{\tau}_p$ muestral	P <sub>ED</sub>	P <sub>ET,m</sub>
PIB real	4	3	-8.107	0.000	0.622
PIB real <i>per capita</i>	4	3	-7.921	0.000	0.659

GRÁFICA 7. *Funciones de distribución empírica, modelos  $ET_4$  y ED,  $m = 4$* 

sea generada por un modelo estacionario en tendencia con cuatro transiciones suaves, se mueve aún más hacia el centro de la distribución empírica, como se observa en la gráfica 7.

Ahora, adviértase que aunque hemos mostrado que estos residuales fluctúan de manera estacionaria alrededor de una tendencia afectada por transiciones suaves, ciertamente no esperamos que estas fluctuaciones sean por completo aleatorias, o en otras palabras, que sigan un proceso de ruido blanco. Por lo contrario, dada la naturaleza del ciclo de producción agregado que representan, es de esperar que estos residuales observen cierto grado de correlación temporal o autocorrelación. De hecho, el correlograma correspondiente a cada serie de residuales muestra correlaciones significativas durante los primeros cuatro periodos, que se tornan no significativas para rezagos mayores. Este hecho se refleja en los resultados de las pruebas de raíz unitaria presentados en los cuadros 2 y 6, en los que el modelo autorregresivo utilizado para llevar a cabo la prueba (ecuación 5) requiere la inclusión de tres rezagos de la variable dependiente en primeras diferencias (lo que equivale a cuatro rezagos de la variable en niveles), precisamente para tomar en cuenta la autocorrelación contenida en el ciclo económico. Estos resultados sugieren, pues, que las fluctuaciones de corto plazo del producto están autocorrelacionadas por periodos de cuatro años.<sup>27</sup>

<sup>27</sup> Por otra parte, las series de los residuales, ilustrados en las gráficas 5 Y 6, no presentan pruebas de problemas de heteroscedasticidad. Los resultados de las pruebas de diagnóstico a las cuales fueron sometidos los residuales (autocorrelación, normalidad, heteroscedasticidad condicional e incondicional) pueden ser solicitados a los autores.

Así, los resultados indican la presencia de cuatro cambios estructurales durante el periodo 1895-2008, que afectan tanto al producto real como al *per capita*. Nótese que la forma y tiempo de ocurrencia y duración de estos cambios son muy similares para ambas series. Las únicas diferencias son las siguientes: *i*) la Revolución Mexicana redujo el nivel de ambas series (en un proceso que duró aproximadamente siete años), pero afectó solamente la tasa de crecimiento del producto *per capita*, y *ii*) el segundo cambio estructural, normalmente relacionado con la Gran Depresión y varios arreglos financieros e institucionales internos (como la fundación del banco central, de la Comisión Nacional Bancaria, del Partido Nacional Revolucionario, la entrada en vigor del impuesto sobre la renta, del código civil, entre otros), da paso a una tasa de crecimiento mayor sólo para el producto real (una respuesta de dimensión equivalente de la población provocó que el producto *per capita* se mantuviera constante antes y después del cambio).

Nótese además que tanto el cambio estructural de principios de los años cincuenta como el cambio asociado a la crisis de la deuda de los ochenta tuvieron formas y tiempos de ocurrencia/duración prácticamente idénticas en ambas series.

Por último y con el fin de presentar un marco comparativo a nuestros resultados, en los cuadros 7 y 8 se resume la evidencia existente en la bibliografía de cambios estructurales instantáneos para las series del PIB real y real *per capita* de México, respectivamente; mientras que en el apéndice 3 se muestran los pormenores relativos a estos estudios. Estos cuadros representan esta evidencia como un segmento de línea fragmentado por las fechas en que son estimados los cambios estructurales, y en la parte superior de cada fragmento de línea se presenta la tasa de crecimiento de la variable en la correspondiente etapa.

Como se puede observar, todos los estudios en los que la muestra de estimación inicia en 1921, encuentran un cambio estructural a principios de los años treinta (entre 1930 y 1932). Esta fecha es cercana al periodo en que termina la segunda transición estimada en este artículo para ambas variables (1934, véase cuadro 5), por lo que, por un lado, se podría decir que la conclusión de ambos acercamientos es casi la misma: existe una nueva tendencia en la trayectoria de las variables que inicia entre 1933 y 1935. Pero, por otra parte, nuestras estimaciones indican que no existe una tendencia lineal definida sino una etapa de transición desde 1925 en el caso del PIB real, y 1923 en el caso del *per capita*, lo cual marca una considerable dife-

CUADRO 7. Evidencia de cambios estructurales para el (ln) PIB real

	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000
Noriega y Ramírez-Zamora (1999) <sup>a</sup>			-0.7			6.5			1.3		
			0.6	4.4			6.8		1.8		
Noriega y de Alba (2001) <sup>a</sup>			0.6			5.8					
			-0.7			6.3					
Castillo y Díaz-Bautista (2002)	4.3						3.9				
Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005) <sup>a</sup>			0.3			6.0			1.3	5.5	
			0.6			5.9			1.5	5.5	
Noriega, Soria y Velázquez (2008)					4.7		7.1		1.9	3.5	

<sup>a</sup> En estos estudios se utiliza dos técnicas en la detección de los cambios estructurales como se detalla en el apéndice 3.

CUADRO 8. Evidencia de cambios estructurales para el (ln) PIB real per capita

	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000
Ben-David y Papell (1998)							3.3		-0.5		
Noriega y Ramírez-Zamora (1999) <sup>a</sup>			-1.0	2.3			3.9		-0.1		
			-2.3	3.2			3.9		-1.8	0.7	
Noriega y de Alba (2001)			-1.0			3.0					
Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005) <sup>a</sup>			-1.2			3.2			0.6		
			-1.0			3.2			0.6		

<sup>a</sup> En estos estudios se utiliza dos técnicas en la detección de los cambios estructurales como se detalla en el apéndice 3.

rencia en cuanto a las consecuencias de los resultados del crecimiento de las variables.

Una conclusión análoga puede extraerse de los cuadros 7 y 8 al comparar la ubicación de la tercera transición estimada con el cambio estructural encontrado a principios de los años ochenta por estos trabajos. Sin embargo, las consecuencias son diferentes, ya que nuestros resultados indican que tras esta perturbación en la economía existe un periodo de transición a lo largo de casi todo el decenio de los ochenta, mientras que la evidencia de cambios

estructurales instantáneos implica que la economía pasó a una nueva tendencia inmediatamente después del cambio, ocurrido alrededor de 1982.

Finalmente, el cambio estructural o transición que estimamos en ambas variables en la primera mitad de los años cincuenta es el único que resulta instantáneo, por lo que nuestros resultados confirman el cambio estructural de mediados de siglo que encuentran Noriega, Soria y Velázquez (2008) y Noriega y Ramírez-Zamora (1999), representados en los cuadros 7 y 8.

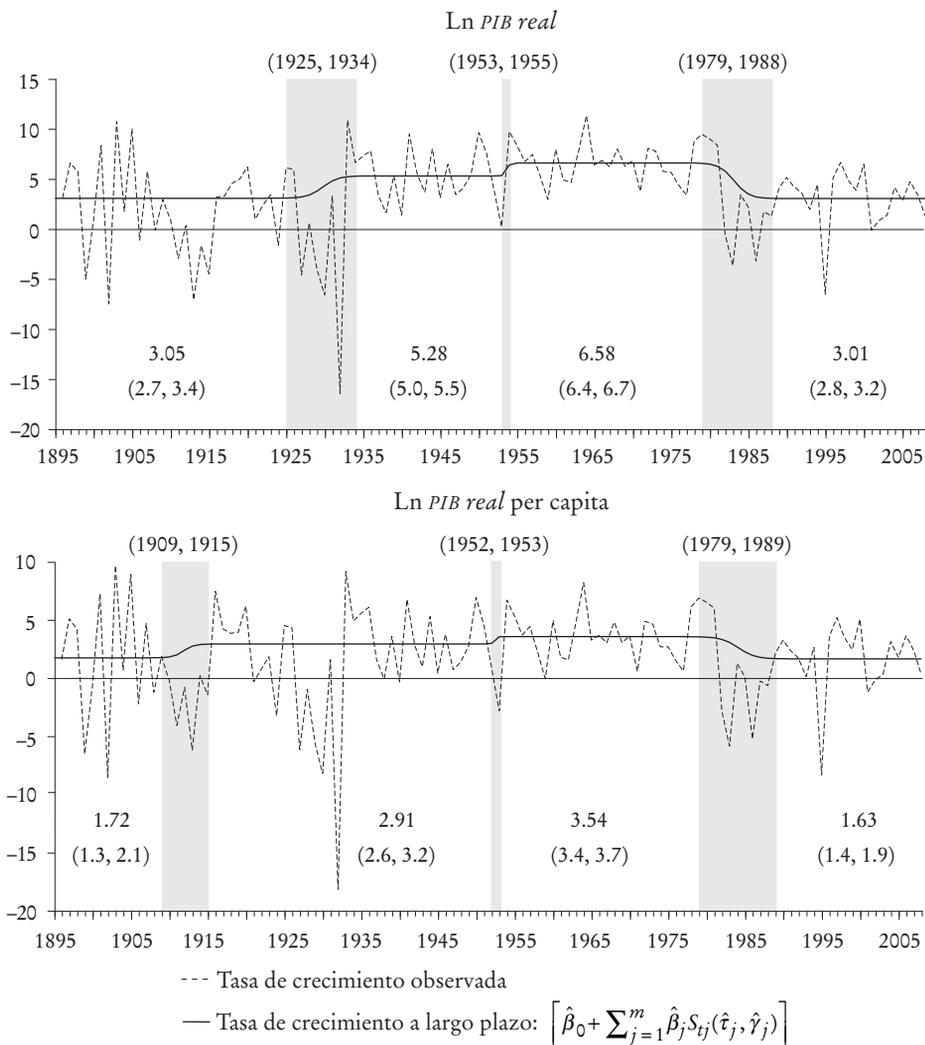
#### IV. IMPLICACIONES PARA EL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Como se analiza en la Introducción, el uso de las funciones de transición para estimar cambios estructurales múltiples nos ayuda a distinguir entre etapas de crecimiento estacionario y fases de transición en la trayectoria del producto y producto *per capita*.

De acuerdo con el planteamiento de este estudio, los cambios en la pendiente de la tendencia lineal de la serie, corresponden a cambios en la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía. En otras palabras, la tasa de crecimiento de  $y_t$  está medida por los coeficientes relacionados con la variable de tendencia  $t$ , por lo que, según la especificación en (1), la tasa de crecimiento cambia de un valor inicial  $\beta_0$  a  $(\beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j)$ . Así, cualquier evidencia estadística de algún  $\hat{\beta}_j \neq 0$ ,  $j = 1, \dots, m$ , es interpretada como un cambio en la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía. Como se observa en el cuadro 4, existen tres cambios de pendiente estadísticamente significativos en cada una de las series analizadas.

En la gráfica 8 se presenta la tasa de crecimiento observada y estimada para nuestra especificación preferida para el PIB real y real *per capita* de México. Específicamente, graficamos la tasa de crecimiento observada como la primera diferencia logarítmica de las series (línea discontinua en la gráfica 8), mientras que la tasa de crecimiento estimada (línea continua en la gráfica 8) es resultado de la suma de coeficientes relacionados con la pendiente de la tendencia lineal de la ecuación (1),  $[\hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^m \hat{\beta}_j S_{t_j}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j)]$ , que son estadísticamente distintos de 0. Las áreas sombreadas muestran las etapas de transición estimadas que corresponden sólo a los cambios significativos en la pendiente. En la gráfica 8 no se registran las transiciones de 1908-1916 en el caso del PIB real y 1923-1934 en el del PIB real *per capita*, puesto que estas transiciones implican sólo un cambio de nivel en la serie correspondiente, y no afectan la tasa de crecimiento de largo plazo. Por último, en

GRÁFICA 8. *Transiciones y crecimiento económico*



la parte inferior de las gráficas se presenta en términos porcentuales la tasa de crecimiento de la etapa correspondiente junto al intervalo de confianza de dos desviaciones estándar.<sup>28</sup>

A continuación procedemos a analizar con más detalle los periodos de transición y los cambios en la tasa de crecimiento económico encontrados

<sup>28</sup> Estas tasas podrían interpretarse como las tasas de crecimiento del estado estacionario: véase más pormenores en Ben-David y Papell (1995).

para México. Primero, la Revolución no parece haber alterado la tasa de crecimiento del producto real, pero sí parece haber aumentado la del *per capita*. Este resultado ha sido analizado en varios estudios. Haber (1978), p. 416, señala: “La mayor parte de la planta manufacturera de México emergió de la lucha intacta; no fue destruida.” Por su parte, en lo referente al trabajo en el periodo 1910-1920, Womack (1978) afirma que “Por muerte, emigración, conscripción o repliegue en zonas de refugio que garantizaban la subsistencia, la mano de obra disponible se redujo en general, pero no en los grandes centros industriales donde aumentó la oferta y demanda”; mientras que del sector industrial, dice, “Las plantas industriales sufrieron pocos daños físicos: la lucha le cerraba el camino a mercados lejanos, pero ampliaba los mercados inmediatos. La dificultad del transporte provocó una grave recesión en casi todas las zonas industriales del centro y del norte en 1913, y en la ciudad de México durante los dos años siguientes. Pero desde 1916 los principales centros fabriles empezaron a llevar constantemente su producción y para fines del decenio la mayoría había alcanzado nuevamente el nivel de 1910”. Por su parte, Solís (1985), p. 72, señala que “En 1907 se inició una nueva crisis internacional, que se prolongó hasta 1910. Bajó el precio del henequén, se restringió el crédito, disminuyeron los préstamos y se aceleraron los cobros de vencimiento”. Solís continúa: “El año de 1908 señaló una crisis de fuerte magnitud y el principio de una rápida decadencia del sistema bancario porfirista. A partir de entonces, sólo pudieron sostenerse a base de emisiones de billetes, fomentando una inflación peligrosa y agudizando la crisis económica por la cual atravesaba el país... [Además], Las escasas y poco confiables estadísticas [...] indican una sustancial caída de la vida económica de 1910 a 1915, en todos sus aspectos... [y sigue] Sin embargo, una vez derrotado el ejército federal, y con el auge de la demanda externa ocasionado por la primera Guerra Mundial, el valor en dólares de las exportaciones totales se recuperó rápidamente en 1916 y 1917.” Estos hechos pueden ser visualizados en la gráfica 8.

Segundo, a diferencia de la primera, la segunda transición estimada (1925-1934) afecta de manera positiva sólo la tasa de crecimiento del PIB real, incrementándose de 3.05% en el periodo 1895-1924 a 5.28% en 1935-1952, después de la transición. Ese periodo de transición hacia una tasa de crecimiento del producto superior coincide con la etapa que, por ejemplo, Villarreal (1997) y Solís (1985) llaman “periodo de reconstrucción” o “formación institucional”, ya que en ese periodo inmediato posterior a la Revolución

Mexicana ocurrieron una serie de cambios institucionales que resultaron ser fundamentales para el proceso de crecimiento económico posterior. Por ejemplo, Solís (1985), p. 76, escribe: “El año de 1910 marca el inicio de una fuerte caída de la actividad económica a la que le sigue una etapa que podríamos llamar de formación institucional que se extiende de 1921 a 1935.”

A partir de 1925 se emprende un ambicioso programa económico en el que se establecen las bases institucionales y materiales para el futuro crecimiento. Krauze (1977) analiza cómo en el periodo 1924-1928, en la presidencia de Plutarco Elías Calles, se conforma la reconstrucción económica de México. Las primeras acciones fueron la creación de la Comisión Nacional Bancaria (el 2 de enero de 1925), la Comisión Nacional de Caminos (el 30 de marzo de 1925), el Banco de México, S.A. (1 de septiembre de 1925) con el privilegio de ser el único banco emisor, entre otras atribuciones de banca central, y el 3 de diciembre la Comisión Nacional de Irrigación. Además, entra en vigor la ley del ISR en 1925, y en 1926 se expiden la Ley General de Instituciones de Crédito y Establecimientos Bancarios, la ley de Impuestos a la Minería y restituciones de tierra y aguas (1927), y el código civil (1928); además, se abre el Banco de Crédito Agrícola. En 1929 se crea el PNR (Partido Nacional Revolucionario) de la unión de la mayoría de los partidos existentes, anunciando el fin del caudillismo y el surgimiento de estabilidad política en el país; véase más detalles en Solís (1985) y Villareal (1997). Pero, por otra parte, cuando estaba en marcha este proceso de reconstrucción o formación sobrevino la gran depresión de 1929, la cual al parecer se manifiesta en las estimaciones como un cambio de nivel negativo en ambas series.<sup>29</sup> De acuerdo a Solís (1985), la gran depresión afectó de una manera considerable la economía mexicana: provocó que el valor de las exportaciones mexicanas en 1932 fueran sólo la tercera parte de las de 1929, el ingreso del gobierno disminuyó 25% de 1930 a 1933, el gasto del gobierno decreció en 25% de 1930 a 1932; además, en 1931 México abandona el patrón oro y el tipo de cambio fluctúa libremente y en 1933 el peso sufre una devaluación de 80 por ciento.

Finalmente, los dos últimos cambios estructurales se presentan tanto en el PIB real como en el *per capita*. El segundo cambio de tasa de crecimiento

<sup>29</sup> Nótese que en la gráfica 8 la transición estimada del PIB real para el periodo 1925-1934 no parece corresponder a lo que se observa en los datos. Esto es debido precisamente a la caída de esta serie durante ese periodo, como se observa claramente en la gráfica 5. Nótese que el mismo argumento se aplica a la transición entre 1909 y 1915 para el PIB *per capita*.

en las series es el único instantáneo, que ocurre a principios de los años noventa. La tasa de crecimiento de largo plazo cambia positivamente alcanzando una tasa de 6.58% en el caso del PIB real y de 3.54% en el del *per capita*. En ambos casos esta etapa de crecimiento económico se extiende por un poco más de 20 años para finalizar en 1978. Al respecto, Solís (1985) documenta que este cambio marca el paso de un periodo de crecimiento con inflación (1935-1956) a un periodo de crecimiento con estabilidad de precios y de tipo de cambio (1956-1972) y, finalmente, un lapso con inflación y menor crecimiento. La tercera transición, 1979-1988 para el PIB real, y 1979-1989 para el PIB real *per capita*, conduce a una tasa de crecimiento menor que la obtenida en la etapa anterior: la tasa de crecimiento del PIB real se redujo de 6.58 a 3.01% y la del real *per capita* de 3.54 a 1.63%. La transición que precede a esta etapa de crecimiento claramente refleja el periodo conocido como “la década perdida” (véase por ejemplo Cárdenas, 2010) caracterizado principalmente por una alta inflación y estancamiento económico. La fecha de inicio de esta transición bien puede estar asociada con el auge petrolero y la subsecuente crisis de deuda de 1982.<sup>30</sup>

En síntesis, las pruebas presentadas sugieren que para el PIB real (PIB real *per capita*) parecen existir al menos cuatro etapas de crecimiento estacionario, 1895-1924, 1935-1952, 1956-1978 y 1989-2008 (1895-1908, 1916-1951, 1954-1978 y 1990-2008), separadas por tres épocas de transición, 1925-1934, 1953-1955 y 1979-1988 (1909-1915, 1952-1953 y 1979-1989).

## CONCLUSIONES

Este artículo examina la senda de crecimiento económico en México a lo largo del periodo 1895-2008. Los resultados parecen favorecer la hipótesis de que la tendencia de la producción en México se caracteriza por medio de una función lineal determinista, perturbada por cambios estructurales que coinciden con arreglos institucionales, guerras y crisis económicas y financieras. Los datos parecen no favorecer, por otra parte, la hipótesis de una tendencia estocástica.

<sup>30</sup> Con base en los descubrimientos de yacimientos de 1978 y el aumento de los precios del petróleo, entre 1978 y 1981, el PIB real tuvo un crecimiento promedio superior a 9%. Sin embargo, esta estrategia basada en el petróleo finalizó con una caída en el precio del petróleo en 1981, dejando al país con una enorme deuda externa, la cual había sido contratada para desarrollar la industria petrolera. En 1982 el aumento de las tasas de interés internacionales dejó a México en una grave crisis de deuda. El PIB real sufrió un decremento de 0.6% y el PIB real *per capita* de 2.5%, mientras que la inflación anual llegó a 98.8%. Véase más detalles en, por ejemplo, Solís (1985) y Villareal (1997).

Al modelar los cambios estructurales por medio de funciones de transición suave entre regímenes, somos capaces de distinguir empíricamente entre una fase de transición y una etapa de crecimiento sostenido. Nuestros resultados implican que para el PIB real y PIB real *per capita* de México existen cuatro etapas de crecimiento estacionario separadas por tres épocas de transición.

Uno de los hallazgos de este artículo es que la Revolución no afectó la tasa de crecimiento de largo plazo del producto. El descenso en la población, sin embargo, provocó el incremento de la producción *per capita* a partir de 1916. El cambio encontrado en la etapa de reconstrucción económica posterior a la Revolución Mexicana lleva a una tasa de crecimiento del producto que es compensada por el crecimiento de la población, de tal manera que no se manifiesta ningún efecto en el crecimiento del PIB *per capita*.

Consideramos que sería interesante estudiar con mayor detalle las fuentes del incremento en la tasa de crecimiento del producto *per capita* obtenido a principios de los años cincuenta, ya que, a diferencia del incremento en la tasa de crecimiento del producto *per capita* durante la Revolución, que está asociado a un descenso en la población, el aumento del producto *per capita* a mediados de siglo podría estar vinculado a un incremento en la productividad. Esta hipótesis amerita por supuesto un análisis minucioso, que rebasa las intenciones de este estudio, ya que dicho aumento llevó a la economía por cerca de 25 años a tener las mayores tasas de crecimiento del producto y producto *per capita* dentro de los 114 años considerados.

Por otra parte, el último cambio ocurrido en las tasas de crecimiento tanto del producto como del producto *per capita* es negativo y transcurre en un periodo de transición que refleja la llamada “década perdida”. El periodo posterior a este cambio retoma una senda de crecimiento estacionario alrededor de una tendencia determinista que va de 1990 hasta el final de la muestra.

## APÉNDICE

### 1. Datos

En Barro y Ursúa (2008) se explica de manera pormenorizada la forma en que se construye la serie del PIB real para el periodo 1895-2006.<sup>31</sup> Para actualizar la información hasta 2008, y siendo congruentes con las fuentes presentadas por Barro y

<sup>31</sup> La base de datos construida por Barro y Ursúa (2008) hasta 2006 se encuentra disponible en línea [http://www.economics.harvard.edu/faculty/barro/data\\_sets\\_barro](http://www.economics.harvard.edu/faculty/barro/data_sets_barro). En Barro y Úrzua (2008) pueden encontrarse todos los detalles de cómo se calculan los datos del PIB para el periodo 1911-1920.

Ursúa, se toman los datos del PIB trimestral registrados por el Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (a precios de 2003) como el promedio del periodo. Para la serie de población los datos de 2007 y 2008 son tomados de la base de datos del *World Development Indicators* del Banco Mundial. En el siguiente cuadro se presentan los datos en logaritmos.

CUADRO A1. *PIB real y real per capita (en logaritmos) de México (1895-2008)*

<i>Año</i>	<i>PIB real</i>	<i>Per capita</i>									
1895	25.76	9.35	1924	26.29	9.71	1953	27.28	10.07	1982	29.19	11.11
1896	25.79	9.37	1925	26.36	9.76	1954	27.38	10.13	1983	29.15	11.05
1897	25.85	9.42	1926	26.41	9.80	1955	27.46	10.19	1984	29.18	11.07
1898	25.91	9.46	1927	26.37	9.74	1956	27.53	10.22	1985	29.21	11.07
1899	25.86	9.39	1928	26.37	9.73	1957	27.60	10.27	1986	29.17	11.01
1900	25.87	9.39	1929	26.33	9.67	1958	27.65	10.29	1987	29.19	11.01
1901	25.95	9.46	1930	26.27	9.59	1959	27.68	10.29	1988	29.20	11.00
1902	25.88	9.37	1931	26.30	9.61	1960	27.76	10.34	1989	29.24	11.03
1903	25.98	9.47	1932	26.14	9.42	1961	27.81	10.36	1990	29.30	11.06
1904	26.00	9.48	1933	26.24	9.51	1962	27.86	10.37	1991	29.34	11.08
1905	26.10	9.56	1934	26.31	9.56	1963	27.94	10.42	1992	29.37	11.10
1906	26.09	9.54	1935	26.38	9.62	1964	28.05	10.50	1993	29.39	11.10
1907	26.15	9.59	1936	26.46	9.68	1965	28.11	10.53	1994	29.44	11.13
1908	26.14	9.58	1937	26.49	9.70	1966	28.18	10.57	1995	29.37	11.04
1909	26.17	9.59	1938	26.51	9.69	1967	28.24	10.60	1996	29.42	11.08
1910	26.18	9.59	1939	26.56	9.73	1968	28.32	10.65	1997	29.49	11.13
1911	26.15	9.55	1940	26.58	9.73	1969	28.39	10.68	1998	29.54	11.16
1912	26.16	9.54	1941	26.67	9.79	1970	28.45	10.71	1999	29.57	11.19
1913	26.09	9.48	1942	26.73	9.82	1971	28.49	10.72	2000	29.64	11.24
1914	26.07	9.48	1943	26.76	9.83	1972	28.57	10.77	2001	29.64	11.23
1915	26.02	9.47	1944	26.84	9.88	1973	28.65	10.81	2002	29.64	11.22
1916	26.06	9.54	1945	26.87	9.89	1974	28.71	10.84	2003	29.66	11.23
1917	26.09	9.58	1946	26.94	9.93	1975	28.76	10.87	2004	29.70	11.26
1918	26.13	9.62	1947	26.97	9.93	1976	28.81	10.88	2005	29.73	11.28
1919	26.18	9.66	1948	27.01	9.95	1977	28.84	10.89	2006	29.77	11.31
1920	26.24	9.72	1949	27.07	9.97	1978	28.93	10.95	2007	29.81	11.34
1921	26.25	9.72	1950	27.16	10.04	1979	29.02	11.02	2008	29.82	11.34
1922	26.28	9.73	1951	27.24	10.09	1980	29.11	11.08			
1923	26.31	9.74	1952	27.28	10.10	1981	29.19	11.14			

## 2. Resultados de la estimación de transiciones múltiples

En el siguiente cuadro se presenta los resultados de las ocho estimaciones realizadas tanto para el PIB real como para el PIB real *per capita*.

CUADRO A2. Resultados de la estimación para el PIB real y real per capita<sup>a</sup>

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \vartheta_t$$

	Especificación de las transiciones: $G_t(\tau, \gamma, \theta)$				Especificación simétrica de las transiciones $S_t(\tau, \gamma)$			
<i>PIB real</i>								
<i>m</i>	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>EE</i>	0.07	0.05	0.04	0.03	0.07	0.05	0.04	0.03
<i>SRC</i>	0.54	0.30	0.16	0.10	0.53	0.27	0.14	0.09
<i>AIC</i>	-2.39	-2.88	-3.46	-3.84	-2.43	-3.04	-3.61	-4.02
<i>BIC</i>	-2.23	-2.60	-3.06	-3.32	-2.29	-2.80	-3.28	-3.59
<i>HQC</i>	-2.32	-2.77	-3.30	-3.63	-2.37	-2.94	-3.48	-3.85
$\alpha_0$	35.12***	27.45***	24.10***	28.95***	25.87	25.82	25.73***	25.73***
$\alpha_1$	-9.26	-2.4***1	-0.22**	-0.3**1	1.51	-1.69	-0.43***	-0.39***
$\alpha_2$	—	-1.62	1.81***	-1.05***	—	2.67	-1.19***	-1.16***
$\alpha_3$	—	—	-0.20	-0.9***	—	—	2.68***	-0.77***
$\alpha_4$	—	—	—	-3.23***	—	—	—	2.99***
$\beta_0$	-0.03	0.01	0.06	0.00**	0.01	0.02	0.03***	0.03***
$\beta_1$	0.04	0.04	-0.01	0.00	0.01	0.04	0.01	4.E-3
$\beta_2$	—	0.02	-0.04	0.02***	—	-0.03	0.02***	0.02***
$\beta_3$	—	—	0.01	0.02***	—	—	-0.03***	0.01***
$\beta_4$	—	—	—	0.04***	—	—	—	-0.04***
<i>PIB real per capita</i>								
<i>m</i>	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>EE</i>	0.07	0.04	0.04	0.04	0.07	0.04	0.04	0.03
<i>SRC</i>	0.56	0.19	0.13	0.14	0.52	0.19	0.13	0.10
<i>AIC</i>	-2.36	-3.33	-3.62	-3.49	-2.44	-3.36	-3.67	-3.86
<i>BIC</i>	-2.19	-3.04	-3.21	-2.96	-2.30	-3.12	-3.34	-3.43
<i>HQC</i>	-2.29	-3.22	-3.45	-3.27	-2.39	-3.27	-3.54	-3.69
$\alpha_0$	64.17	8.50***	9.11***	9.18***	9.42***	9.35***	9.34***	9.33***
$\alpha_1$	-54.75	1.10***	-0.42***	-0.19***	0.81***	1.10***	-0.44***	-0.53***
$\alpha_2$	—	-0.25	-0.62***	0.89***	—	1.23***	-0.66***	-0.53***
$\alpha_3$	—	—	0.18	-2.12***	—	—	1.24***	-0.39***
$\alpha_4$	—	—	—	1.36*	—	—	—	1.46***
$\beta_0$	-0.33	0.03	0.02	0.02***	0.01***	0.01***	0.02***	0.02***
$\beta_1$	0.34	-0.02***	0.01	-1.E-4	3.E-3	0.02***	0.01***	0.01***
$\beta_2$	—	0.01	0.00	-0.01***	—	-0.02***	3.E-3	1.E-3
$\beta_3$	—	—	0.00	0.03***	—	—	-0.02***	0.01***
$\beta_4$	—	—	—	-0.0***1	—	—	—	-0.02***

<sup>a</sup> *EE*, error estándar de la regresión, *SRC*, suma de residuales al cuadrado; *AIC*, *BIC*, *HQC*, se refieren a los criterios de información de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn, respectivamente.

\*\*\*, \*\* y \* rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1, 5 y 10%, respectivamente.

## 3. Evidencia de cambios estructurales en México

En el cuadro A3 se presenta la evidencia existente en la bibliografía de cambios estructurales instantáneos para las series del PIB real y real *per capita* de México, respectivamente.

CUADRO A3. Evidencia de cambios estructurales (endógenos)  
para el PIB real y PIB real per capita

	Muestra	Número y ocurrencia de los cambios estructurales			
		1	2	3	4
<i>PIB real</i>					
Noriega y Ramírez-Zamora (1999) <sup>a</sup>	1921-1995		1932 <sup>PC</sup> 1981 <sup>PC</sup>	1931 <sup>RRU</sup> 1948 <sup>RRU</sup> 1980 <sup>RRU</sup>	
Noriega y de Alba (2001) <sup>b</sup>	1921- 1970	1931 <sup>C</sup> 1932 <sup>B</sup>			
Castillo y Díaz-Bautista (2002)	1900- 2001	1907			
Astorga, Bergés y Fitzgedrald (2005) <sup>c</sup>	1921- 2000			1930 (1931) 1981 (1982) 1995	
Noriega, Soria y Velázquez (2008)	1932- 2000			1953 1981	
<i>PIB real per capita</i>					
Ben-David y Papell (1998)	1950- 1990	1981			
Noriega y Ramírez Zamora (1999) <sup>a</sup>	1921- 1994			1931 <sup>RRU</sup> 1953 <sup>RRU</sup> 1981 <sup>RRU</sup>	1932 <sup>PC</sup> 1953 <sup>PC</sup> 1981 <sup>PC</sup> 1985 <sup>PC</sup>
Noriega y de Alba (2001) <sup>b</sup>	1921- 1970	1931 <sup>C, B</sup>			
Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005) <sup>c</sup>	1921- 2000			1930 (1931) 1981 (1981)	

<sup>a</sup> Noriega y Ramírez-Zamora emplean dos metodologías para determinar el número de cambios estructurales en las series: (PC) parámetros constantes y (RRU) rechazo de raíz unitaria.

<sup>b</sup> Noriega y de Alba comparan los resultados de estimar un único cambio estructural a través de métodos clásico (C) y Bayesiano (B).

<sup>c</sup> Para probar la estabilidad de los parámetros en un modelo autorregresivo de las series, Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005) aplican la prueba de Chow y la prueba de Chow de pronóstico (esta última se presenta entre paréntesis).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguiar, M., y G. Gopinath (2007), "Emerging Market Business Cycles: The Cycle is the Trend", *Journal of Political Economy*, 115, 1, pp. 69-102.

- Astorga, P., A. R. Bergés y V. Fitzgerald (2005), "Endogenous Growth and Exogenous Shocks in Latin America during the Twentieth Century", Discussion Papers in Economic and Social History, University of Oxford, núm. 57.
- Bacon, D. W., y D. G. Watts (1971), "Estimating the Transition between Two Intersecting Straight Lines", *Biometrika*, 58, 3, pp. 25-34.
- Bai, J., y P. Perron (1998), "Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes", *Econometrica*, 66, 1, pp. 47-78.
- \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (2003), "Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models", *Journal of Applied Econometrics*, 18, pp. 1-22.
- Barro, R. J., y J. F. Ursúa (2008), "Macroeconomic Crises since 1870", Brookings Papers on Economic Activity, 39, 1, pp. 255-350.
- \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (2009), "Stock-Market Crashes and Depressions", Working Paper 14760, NBER Working paper series.
- Ben-David, D., y D. H. Papell (1995), "The Great Wars, the Great Crash, and Steady State Growth: Some New Evidence about an Old Stylized Fact", *Journal of Monetary Economics*, 36, 3, pp. 453-475.
- \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (1998), "Slowdowns and Meltdowns: Postwar Growth Evidence from 74 Countries", *The Review of Economics and Statistics*, 80, 4, pp. 561-571.
- \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (2000), "Some Evidence on the Continuity of the Growth Process among the G-7 Countries", *Economic Inquiry*, 38, 2, pp. 320-330.
- \_\_\_\_\_, R. L. Lumsdaine, y D. H. Papell (2003), "Unit Roots, Postwar Slowdowns and Long-Run Growth: Evidence from Two Structural Breaks", *Empirical Economics*, 28, 2, pp. 303-319.
- Caner, M., y B. Hansen (2001), "Threshold Autoregression with a Unit Root", *Econometrica*, 69, 6, pp. 1555-1596.
- Cárdenas, E. (2010), "La reestructuración económica de 1982 a 1994", Clara García Ayuardo, Ignacio Marván Laborde y Erika Pani (coords.), *Historia crítica de las modernizaciones de México*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Castillo, R., y A. Díaz-Bautista (2002), "Testing for Unit Roots in Mexico's GDP", *Momento Económico*, 124, pp. 2-10.
- Chang, T., C. C. Nieh y C. C. Wei (2005), "Is Per Capita Real GDP Stationary? Evidence from Selected African Countries Based On more Powerful Nonlinear (logistic) Unit Root Tests", *Economics Bulletin*, 3, 24, pp. 1-9.
- Darne, O. (2009), "The Uncertain Unit Root in Real GNP: A Re-Examination", *Journal of Macroeconomics*, 31, 1, pp. 153-166.
- Dickey, D. A., y S. G. Pantula (1987), "Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 4, pp. 455-461.
- \_\_\_\_\_, y W. A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, páginas 427-431.

- Diebold, F. X., y A. S. Senhadji (1996), "The Uncertain Unit Root in Real GNP: Comment", *The American Economic Review*, 86, 5, pp. 1291-1298.
- Duck, N. W. (1992), "UK Evidence on Breaking Trend Functions", *Oxford Economic Papers*, 44, 3, pp. 426-439.
- Foster, N., y R. Stehrer (2007), "Modelling Transformation in CEECs using Smooth Transitions", *Journal of Comparative Economics*, 35, 1, pp. 57-86.
- Granger, C. W. J., y T. Teräsvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press.
- Greenaway, D., S. Leybourne y D. Sapsford (1997), "Modeling Growth (and Liberalization) using Smooth Transitions Analysis", *Economic Inquiry*, 35, 4, pp. 798-814.
- \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (2000), "Smooth Transitions and GDP Growth in the European Union", *Manchester School*, 68, 2, pp. 145-65.
- Haber, S. (1978), "La revolución y la industria manufacturera mexicana, 1910-1925", E. Cárdenas, *Historia Económica de México*, vol. 3, Serie de Lecturas 64 de EL TRIMESTRE ECONÓMICO, México, Fondo de Cultura Económica, pp. 415-446.
- Harvey, D. I., y T. C. Mills (2000), "Detecting Climate Change using Double Smooth Transitions", *Loughborough University Economic Research Paper*, núm. 00/21.
- \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (2002), "Unit Roots and Double Smooth Transitions", *Journal of Applied Statistics*, 29, 5, pp. 675-683.
- \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (2004), "Tests for Stationarity in Series with Endogenously Determined Structural Change", *Oxford Bulletin of Economics & Statistics*, 66, 5, pp. 863-894.
- Kapetanios, G. (2005), "Unit-Root Testing Against the Alternative Hypothesis of up to  $m$  Structural Breaks", *Journal of Time Series Analysis*, 26, 1, pp. 123-133.
- \_\_\_\_\_, y Y. Shin (2006), "Unit Root Tests in Three-Regime SETAR Models", *The Econometrics Journal*, 9, pp. 252-278.
- \_\_\_\_\_, y Snell, A. y Y. Shin (2003), "Testing for a Unit Root in the Nonlinear STAR Framework", *Journal of Econometrics*, 112, pp. 359-379.
- Kejriwal, M., y P. Perron (2010), "A Sequential Procedure to Determine the Number of Breaks in Trend with an Integrated or Stationary Noise Component", *Journal of Time Series Analysis*, 31, pp. 305-328.
- Krauze, E. (1977), *Historia de la Revolución Mexicana. La reconstrucción económica*, México, El Colegio de México.
- Leybourne, S., y P. Mizen (1999), "Understanding the Disinflations in Australia, Canada and New Zealand using Evidence from Smooth Transition Analysis", *Journal of International Money and Finance*, 18, 5, pp. 799-816.
- \_\_\_\_\_, P. Newbold y D. Vougas (1998), "Unit Roots and Smooth Transitions", *Journal of Time Series Analysis*, 19, 1, pp. 83-97.
- Lin, C. J., y T. Teräsvirta (1994), "Testing the Constancy of Regression Parameters Against Continuous Structural Change", *Journal of Econometrics*, 62, páginas 211-228.

- Maddala, G. S. (1977), *Econometrics*, Nueva York, McGraw-Hill.
- Mills, T. C. (1991), "Are Fluctuations in U.K. Output Transitory or Permanent?", *The Manchester School*, 59, 1, pp. 1-11.
- Murray, C., y C. Nelson (2000), "The Uncertain Trend in U.S. GDP", *Journal of Monetary Economics*, 46, pp. 79-95.
- Newbold, P., S. Leybourne, R. Sollis y M. E. Wohar (2001), "U.S. and U.K. Interest Rates 1890 - 1934: New Evidence on Structural Breaks", *Journal of Money, Credit and Banking*, 33, 2, pp. 235-250.
- Ng, S., y P. Perron (1995), "Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag", *Journal of the American Statistical Association*, 90, pp. 268-281.
- \_\_\_\_\_, y \_\_\_\_\_ (2001), "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power", *Econometrica*, 69, 6, pp. 1519-1554.
- Noriega, A. (2004), "Long-run Monetary Neutrality and the Unit Root Hypothesis: Further International Evidence", *North American Journal of Economics and Finance*, 15, 2, pp. 179-197.
- \_\_\_\_\_, y A. Ramírez-Zamora (1999), "Unit Roots and Multiple Structural Breaks in Real Output: How Long Does an Economy Remain Stationary?", *Estudios Económicos*, 14, 2, pp. 163-188.
- \_\_\_\_\_, y E. de Alba (2001), "Stationarity and Structural Breaks: Evidence from Classical and Bayesian Approaches", *Economic Modelling*, 18, 4, pp. 503-524.
- \_\_\_\_\_, L. M. Soria y R. Velázquez (2008), "International Evidence on Stochastic and Deterministic Monetary Neutrality", *Economic Modelling*, 25, 6, pp. 1261-1275.
- Pantula, S. G. (1989), "Testing for Unit Roots in Time Series", *Econometric Theory*, 5, pp. 56-271.
- Papell, D., y R. Prodan (2004), "The Uncertain Unit Root in US real GDP: Evidence with Restricted and Unrestricted Structural Change", *Journal of Money, Credit and Banking*, 36, pp. 423-427.
- Perron, P. (1989), "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, 57, 6, pp. 1361-1401.
- \_\_\_\_\_, y Z. Qu (2007), "A Simple Modification to Improve the Finite Sample Properties of Ng and Perron's Unit Root Tests", *Economics Letters*, 94, 1, pp. 12-19.
- Rudebusch, G. D. (1992), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: a Re-Examination", *International Economic Review*, 33, 3, pp. 661-680.
- \_\_\_\_\_ (1993), "The Uncertain Unit Root in Real GNP", *American Economic Review*, 83, 1, pp. 264-272.
- Solis, L. (1985), *La realidad económica mexicana: Retrovisión y perspectivas*, México, Siglo XXI editores, vigésima edición.
- Sollis, R. (2004), "Asymmetric Adjustment and Smooth Transitions: A Combination of some Unit Root Tests", *Journal of Time Series Analysis*, 25, 3, pp. 409-417.

- Sollis, R., S. Leybourne y P. Newbold (1999), "Unit Roots and Asymmetric Smooth Transitions", *Journal of Time Series Analysis*, 20, 6, pp. 671-677.
- Villareal, R. (1997), *Industrialización, Deuda y desequilibrio externo en México. Un enfoque neoestructuralista (1929-1997)*, México, Fondo de Cultura Económica, 3a edición.
- Vougas, D. (2006), "On Unit Root Testing with Smooth Transitions", *Computational Statistics and Data Analysis*, 51, pp. 797-800.
- \_\_\_\_ (2007), "Is the Trend in Post-WW II U.S. Real GDP Uncertain or Nonlinear?", *Economics Letters*, 94, pp. 348-355.
- Womack, J. (1978), "La economía en la Revolución (1910-1920). Historiografía y análisis", E. Cárdenas, *Historia Económica de México*, vol. 3, Serie de Lecturas 64 de EL TRIMESTRE ECONÓMICO, México, Fondo de Cultura Económica, pp. 391-414.